



UNIVERSIDAD DE PLAYA ANCHA DE CIENCIAS DE LA EDUCACION
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN



ANÁLISIS TALLER

Resolución de problemas

(Coordinador del Taller: Profesor Miguel Alejandro Rodríguez Jara)

[2008]



KAREN CONTRERAS TRUJILLO - GUSTAVO MARABOLI LILLO

qwertyuiopasdfghjklzxcvbnmqwertyui
opasdfghjklzxcvbnmqwertyuiopasdfgh
jklzxcvbnmqwertyuiopasdfghjklzxcv
bnmqwertyuiopasdfghjklzxcvbnmqwer
tyuiopasdfghjklzxcvbnmqwertyuiopas
dfghjklzxcvbnmqwertyuiopasdfghjklzx
cvbnmqwertyuiopasdfghjklzxcvbnmq
wertyuiopasdfghjklzxcvbnmqwertyuio
pasdfghjklzxcvbnmqwertyuiopasdfghj
klzxcvbnmqwertyuiopasdfghjklzxcvbn
mqwertyuiopasdfghjklzxcvbnmqwerty
uiopasdfghjklzxcvbnmqwertyuiopasdf
ghjklzxcvbnmqwertyuiopasdfghjklzxc
vbnmqwerty
uiopasdfghjk
ghjklzxcvbnr
vbnmqwerty
ertyuiopasdf
asdfghijklzxcvbnmqwertyuiopasdfghijkl

..... *El mundo académico se nutre de la circulación libre de información. Cada uno aporta (literalmente) un granito de arena, y así se hace cada ladrillo. A veces viene un Newton, un Einstein, un Bohr, un Mendel, y trae el solo treinta ladrillos, pero en general es así: granito a granito.*

ANÓNIMO

LAS MATEMÁTICAS Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Datos adquiridos de la Investigación realizada por:
Walter Beyer
Coordinación de Matemática
Universidad Nacional Abierta

Las matemáticas y la resolución de problemas

En los últimos años se ha forjado una realidad educacional que establece como indisoluble la relación existente entre la matemática y la resolución de problemas. Para establecer dicha relación se han tomado algunos ejemplos del desarrollo de la disciplina, los cuales se han tomado de la historia de la matemática.

Por ejemplo: son célebres los tres problemas de la antigüedad:

- La cuadratura del círculo
- La trisección del ángulo
- La duplicación del cubo.

Dichos problemas fueron tratados por varias generaciones de matemáticos, hasta que al fin fueron resueltos; paradójicamente, la solución es que ellos son insolubles bajo las condiciones que establecieron los griegos (sólo era permitido emplear regla y compás).

Otros problemas bastante conocidos son los generados por el quinto postulado de Euclides y por la solución mediante radicales de la ecuación de quinto grado.

Además, cabría señalar el Teorema de los Cuatro Colores (resuelto en 1976, por Appel y Haken) y el Último Teorema de Fermat (resuelto en 1993-1994, por Wiles).

Todos estos problemas (ya resueltos) y muchos otros (no resueltos aún), como la conjetura de Goldbach, la conjetura de Poincaré o el problema de la infinitud de los números primos gemelos, han atraído y atraen la atención de los matemáticos, siendo una de las fuerzas motrices más importantes para el desarrollo de la disciplina.

Con base en esto, el famoso matemático Paul Halmos escribió en 1980 un célebre artículo intitulado "The Heart of Mathematics" (El Corazón de la Matemática) en el cual resalta, precisamente, el papel de los problemas en el desarrollo de la matemática. Éstos son su corazón. Pero, dejemos que sea el mismo Halmos quien nos lo diga:

¿De qué consiste realmente la matemática? ¿De axiomas (tal como el postulado de las paralelas)? ¿De teoremas (como el teorema fundamental del álgebra)? ¿De pruebas (como la prueba de indecidibilidad de Gödel)? ¿De conceptos (como conjuntos y clases)? ¿De definiciones (como la definición de dimensión de Menger)? ¿De teorías (como la teoría de categorías)? ¿De fórmulas (como la fórmula integral de Cauchy)? ¿De métodos (como el método de las aproximaciones sucesivas)?

La matemática seguramente no existiría sin estos ingredientes; ellos son todos esenciales. Es, sin embargo, un punto de vista tentador que ninguno de ellos es el corazón de la disciplina, que la razón principal de existir del matemático es resolver problemas, y que, por lo tanto, de lo que **realmente** consiste la matemática es de problemas y soluciones. (p. 519).

Después de estas elocuentes palabras de Halmos en realidad habría poco que agregar. Sin embargo, queremos resaltar que en el Segundo Congreso Internacional de Matemática, acaecido en París del 6 al 12 de agosto de 1900, el insigne matemático David Hilbert pronunció una memorable conferencia en la que planteó 23 problemas los cuales señalarían (según su parecer) el rumbo de la matemática del siglo XX.

¿Qué es un problema (matemático)?

Para empezar a dilucidar lo que es Resolución de Problemas comenzaremos con la etimología de la palabra problema. Este vocablo viene del griego *próblēin* (problema) que quiere decir "proyección, algo lanzado hacia adelante".

Dentro del ámbito de la didáctica de la matemática el término problema tiene, entre otras, las siguientes acepciones:

1. "Un problema es un **obstáculo** arrojado ante la inteligencia para ser superado, una **dificultad** que exige ser resuelta, una cuestión que requiere ser aclarada." (negritas añadidas) (Nieto, 1993, p. 105)
2. "Se puede definir un problema como una situación en la que se debe alcanzar una meta, pero en la cual está bloqueada la ruta directa." (Kilpatrick, 1983, p. 7)
3. "Un problema puede materializarse mediante un sistema de proposiciones y preguntas que reflejen la situación objetiva existente. Las proposiciones representan los elementos y relaciones dados (qué se conoce), mientras que las preguntas indican los elementos y las relaciones desconocidas (qué se busca)".

Para que el sistema refleje un problema, los que han de responder las preguntas **no deben conocer las respuestas, ni disponer de un procedimiento algorítmico mediante el cual puedan determinarlas inmediatamente.** (Negritas añadidas)

Un sistema de proposiciones y preguntas puede, para un grupo de alumnos en un determinado momento, ser un problema, más tarde puede que ya no sea un problema." (Rohn, 1984, p. 33)

4. Por su parte en el *Dictionary of Education*, cuyo editor es Good Carter, se dan las siguientes acepciones al término problema:

Cualquier situación significativa, que produzca perplejidad y que sea retadora, sea ésta real o artificial, cuya solución requiera **pensamiento reflexivo** (negritas añadidas); (2) Una situación que produzca perplejidad después que haya sido traducida a una pregunta o a una serie de preguntas que ayuden a determinar la dirección de indagación subsecuente (Dewey); (3) (*mat.*) una interrogante cuya respuesta requiere **razonamiento** (negritas añadidas) desde elementos dados hacia elementos desconocidos de acuerdo con un conjunto de definiciones, axiomas y reglas.

A su vez en este diccionario se define **Situación Problemática** como "una situación que clama por un ajuste en la cual la naturaleza o forma del ajuste no es obvia; una pregunta para la cual la respuesta debe ser buscada por medio del **pensamiento reflexivo** (negritas añadidas) y posiblemente obteniendo información o experiencias adicionales."

5. Cooney, Davis y Henderson (1975) opinan: "para que una pregunta sea un problema, ella debe presentar un **reto** (negritas añadidas) que no pueda ser resuelto por algún procedimiento rutinario conocido por el alumno." (p. 242)

Esta breve excursión a través del pensamiento de diversos autores acerca de lo que ellos conciben por problema, nos permite vislumbrar una definición del término o por lo menos una aproximación a ésta.

Para precisar ideas, hemos resaltado con negritas algunas partes que consideramos de trascendental importancia, habida cuenta de la cotidiana confusión que persiste, aun en muchos autores de textos, entre **problema y ejercicio**. Se trata aquí no de un mero problema semántico sino de discriminar los roles que cada uno de ellos juegan en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

A tal respecto Dwyer y Elligett, (1970), señalan:

Es, en consecuencia, importante examinar la diferencia entre un ejercicio y un problema, desde el punto de vista del niño. Un ejercicio matemático tiene las mismas características que un ejercicio físico. Él es el uso repetido de destrezas -calistenia- tal que ellas [las destrezas] se desarrollen, sean retenidas, y sean puestas a tono. Un cantante practica la escala musical para tener precisión en el tono; un atleta trota para mantenerse en forma; un alumno hace ejercicios matemáticos para mantener e incrementar sus habilidades. Un ejercicio es un conjunto aislado de conductas las cuales no están relacionadas con nada más allá de él mismo (p. 64).

Acotan estos mismos autores (Op. Cit., p. 65) que:

Se supone muchas veces que un ejercicio puede ser convertido en un problema proponiéndolo dentro de un contexto verbal, esto es, convirtiéndolo en un 'enunciado verbal'. [...] Su propósito principal [el de los ejercicios] es velocidad y precisión, no creatividad, ni intuición ni integración. Ellos son útiles como experiencias para adquirir destrezas en el lenguaje matemático, pero el agregarle el lenguaje no matemático no les cambia su naturaleza básica (p.65)

En estas opiniones, se notan diversos elementos comunes que hacen la esencia de lo que es un problema. **Obstáculo, dificultad, reto; razonamiento, pensamiento reflexivo; desconocimiento de la solución por parte del alumno y el que ésta no dependa de disponer de un algoritmo que las genere inmediatamente**, son algunos de los elementos que caracterizan un problema.

Acerca de la clasificación de problemas

Cualquier clasificación que se pretenda hacer de los problemas dependerá, de la definición de problema que estemos manejando.

Sin embargo, a título informativo, señalaremos algunas.

La primera de éstas proviene de Pólya (citado por Kilpatrick, 1982 y por Callejo, 1994), quien clasifica los problemas en las siguientes categorías:

- (a) una regla debajo de su nariz;
- (b) aplicación con alternativa;
- (c) selección de una combinación;
- (d) nivel de enfoque de la investigación.

Por su parte, Knuth (1973, p. xix) prefiere clasificar los problemas mediante una escala ordinal así:

- 00 inmediato
- 10 simple (resoluble en un minuto)
- 20 medio (resoluble en un cuarto de hora)
- 30 moderadamente difícil
- 40 tipo proyecto
- 50 problema de investigación

De seguidas ejemplifica algunas categorías, y como hecho curioso coloca como ejemplo del último nivel el "**Último Teorema de Fermat**", que a la sazón era un problema no resuelto.

Por último, señalaremos que Cruz (1989) categoriza los problemas matemáticos, según las siguientes variables:

1. Ubicación del contenido: materia, unidad/tema y contenido específico.
2. Tipo: ejercitación, teoría o aplicación.
3. Tiempo de ejecución: corto, mediano o largo.
4. Propósito: refuerzo, desarrollo, investigación o evaluación.
5. Nivel: fácil, mediano o difícil.
6. Conceptos: reproducción, ejemplificación, no-ejemplificación, análisis crítico, aplicaciones a la matemática, aplicaciones variadas.
7. Resultados: reproducción, ejemplificación, no-ejemplificación, análisis crítico, aplicaciones a la matemática, aplicaciones variadas.
8. Procesos: cómputo, descriptivo, explicativo, modelo, optimización, evaluación.

¿Qué cambios produce (o debe producir) el enfoque de Resolución de Problemas?

La enseñanza-aprendizaje de la matemática bajo la óptica de Resolución de Problemas difiere totalmente del enfoque que tradicionalmente tiene en nuestras aulas, basado en un estilo expositivo del docente, el cual es supuesto poseedor (dueño y señor) del **saber**.

Al respecto cabe señalar una nota, que bajo el título de **Divergencias: Docencia versus investigación**, publica el Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, la cual transcribimos a continuación:

Recientemente, en el *Bulletin de la American Mathematical Society*, Saunders Mac Lane esquematiza la investigación matemática en la siguiente secuencia:

Intuición- ensayo- error- especulación- conjetura- prueba

Mientras que un curso actual de matemática lo caracteriza por la siguiente secuencia:

Clase- memorización- examen

Y lo más interesante es que la mayoría de los matemáticos aceptan esta descripción dada por Mac Lane, de donde podemos concluir que la matemática que hacen los matemáticos no es la misma que se enseña en los salones de clase. (p. 51)

Mientras el enfoque tradicional privilegia una interacción fuerte **docente-saber**, el enfoque de Resolución de Problemas enfatiza la relación **alumno-saber**, pasando el docente a fungir el papel de monitor del proceso.

En una clase basada en este enfoque, muchas de las actividades a ser desarrolladas no son consideradas en la clase tradicional. Así, en el enfoque de Resolución de Problemas es natural que el alumno conjeture, discuta sus conjeturas (tanto con sus compañeros como con el profesor), ejemplifica, busca contra-ejemplos, argumenta y, algo muy importante, está permitido equivocarse.

Los problemas ya no son un aditamento sino son el núcleo de la actividad de clase. Ello involucra, por lo tanto, cambiar la visión que tenemos del currículo: éste tenderá a dejar de ser una ristra de objetivos con contenidos adosados, los cuales se enseñan de manera lineal, y pasará a ser un rico entretejido de relaciones entre conceptos, propiedades y estructuras matemáticas.

Consecuencia de todo lo anterior es que la evaluación también ha de cambiar radicalmente.

Bajo esta óptica, la matemática dejará de parecer un cuerpo de conocimientos estáticos, por que si así lo fuese sería una ciencia muerta; muy por el contrario la matemática aparecerá viva, con todo su dinamismo y los alumnos dejarán de ser vistos como una "tabla rasa" y ahora los miraremos como lo que son: seres pensantes, con ideas propias, con pre-concepciones, etc.

Bajo este esquema de trabajo ya el docente no puede pretender la unicidad de la respuesta o la unicidad del camino para lograr la solución de un problema. Esperamos de nuestros alumnos, al someterlos a actividades no rutinarias -vale decir problemas- **diversas vías de solución**, muchas de ellas muy distintas de la solución pensada por el docente. Se espera, precisamente, que el docente cree un ambiente propicio para el florecimiento de respuestas diversas, así como de su discusión. En el caso de la aparición de errores, éstos pueden ser utilizados didácticamente en lugar de ser un mecanismo punitivo.

En suma, es un cambio paradigmático para el cual hemos de tener -los docentes- la mente abierta. Debemos desembarazarnos de las tan arraigadas formas de "dar clase" a las cuales estamos acostumbrados, bajo las cuales nos han moldeado, para explorar un territorio nuevo, desconocido para nosotros; pero, promisorio en "riquezas". Cuando veamos el brillo reluciente de los ojos de nuestros alumnos, indicándonos el placer de comprender la matemática, esa será nuestra mejor recompensa.

No prometemos, en absoluto, que el camino sea fácil. Se requiere de una gran dosis de paciencia y de reflexión para poder alcanzar el éxito. La Resolución de Problemas tampoco es la panacea. Ella ha de conjugarse armoniosamente con otras herramientas didácticas, como son: el uso de las calculadoras, el empleo del modelaje y de las aplicaciones de la matemática, entre otros.

Adicionalmente quisiéramos hacer mención a un aspecto mencionado por Pólya (1986): "Enseñar no es una ciencia, es más bien un arte. [...] Enseñar, obviamente, tiene mucho que ver con el arte teatral. [...] Debo confesar que siento placer al actuar un poco, especialmente ahora que estoy viejo y muy raramente descubro algo nuevo en Matemática: suelo sentir alguna satisfacción en revivir el modo como hice éste o aquel pequeño descubrimiento en el pasado." (p. 106)

Recomendaciones para la Resolución de Problemas

Las recomendaciones que a continuación se muestran son sólo una guía y no deben ser asumidas como una "receta".

1. Permítale a sus alumnos equivocarse.
2. Estimule la discusión.
3. Déle suficiente tiempo a sus alumnos para comprender el problema.
4. La obtención de una solución no culmina el proceso.
5. Preste atención a las sugerencias y opiniones de los alumnos.
6. Estimule a sus estudiantes a buscar vías alternas para resolver el problema.
7. Conduzca a sus estudiantes a obtener variaciones de un problema dado.

Algunas Fuentes de Problemas

Una pregunta que uno frecuentemente se hace es ¿cómo hallar problemas? Una respuesta (aunque parezca sorprendente) es que la primera fuente es el docente.

El docente ha de convertirse, a la larga, además de en un buen resolovedor de problemas, en un proponente o creador de problemas.

Las fuentes de inspiración son muchas y variadas, y sólo señalaremos algunas:

1. La historia de las matemáticas.
2. Las aplicaciones de la matemática a otras áreas del conocimiento como la Geografía, las Ciencias de la Tierra, la Biología o la Química.
3. La prensa (periódicos, revistas, etc.)
4. Los juegos como el dominó, juegos de barajas, etc.
5. Los libros de divertimentos matemáticos y matemáticas recreativas.

Partiendo de aquí y agregando una buena dosis de creatividad, paciencia y deseos de lograr la meta deseada, el docente seguramente mejorará en su desempeño; por una parte, cambiará su actitud hacia la matemática y, por la otra, mejorarán sustancialmente sus conocimientos matemáticos. Descubrirá una "nueva" y distinta forma de enseñar matemáticas.

Referencias utilizadas por: Walter Beyer (Coordinación de Matemática Universidad Nacional Abierta)

- Asociación Matemática Venezolana (1996). Divergencias: Docencia versus Investigación. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, III(1 y 2), p. 51.
- Ander-Egg, E. (1994). **Interdisciplinariedad en Educación**. Buenos Aires: Editorial Magisterio del Río de la Plata.
- Callejo, M^a. L. (1994). **Un club matemático para la diversidad**. España: Narcea.
- Carter, G. (Ed.) (1973). **Dictionary of Education**. USA: McGraw-Hill.
- Cooney, T., Davis, E. y Henderson, K. (1975). **Dynamics of teaching secondary school mathematics**. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Cruz, C. (1989). **Acerca de la categorización de problemas matemáticos**. Ponencia presentada en el VI Encuentro sobre Enseñanza de la Matemática, CENAMEC, Caracas 22 al 26 de mayo.
- Dwyer, R. y Elligett, J. (1970). **Teaching children through natural mathematics**. New York: Parker Publishing Co.
- González, F. (1995) **El corazón de la Matemática**. Maracay: Copiher.
- Kilpatrick, J. (1982). ¿Qué es un problema? **Solución de Problemas**, 4(2). (Traducido por H. C. Esteves para uso del CENAMEC, 2^{do} Encuentro Nacional de Profesores de Didáctica de la Matemática de Institutos de Educación Superior, Caracas, 16 al 20 de mayo de 1983)
- González, F. (1995) **El corazón de la Matemática**. (Cap. 10, 1-16). Maracay: Copiher.
- Halmos, P. (1980). The heart of mathematics. **The American Mathematical Monthly**, 87(7), pp. 519-524.
- Hilbert, D. (1994). Los problemas futuros de la matemática. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, 1(1), pp. 97-112 (Versión y Traducción José Ramón Ortiz)
- Knuth, D. (1973). **The art of computer programming. Volume 1: Fundamental algorithms**. USA: Addison-Wesley Publishing.
- Ministerio de Educación. (1985). **Programa de Estudio. Primer Grado. Educación Básica. Sector Urbano**. Caracas: Editorial Romor.
- Ministerio de Educación. (1985). **Programa de Estudio. Segundo Grado. Educación Básica. Sector Urbano**. Caracas: Editorial Romor.
- Ministerio de Educación. (1985). **Programa de Estudio. Tercer Grado. Educación Básica. Sector Urbano**. Caracas: Editorial Romor.
- Ministerio de Educación. (1987). **Programa de Estudio y Manual del Docente. Tercera Etapa. Educación Básica. Asignatura Matemática-Física**. Caracas: Autor.
- Ministerio de Educación. (1993). **Programa de Estudio. 4º Grado. Educación Básica**. Caracas: Editorial Romor.
- NCTM. (1980). **An agenda for action: Recommendations for school mathematics on the 1980s**. Reston, USA: Autor.
- NCTM. (1989). **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. USA: Autor.
- Nieto, J. (1993). Problemas y soluciones. **Divulgaciones Matemáticas**, 1(1).
- Pólya, G. (1974). **Cómo plantear y resolver problemas**. México: Trillas.
- Pólya, G. (1986). Enseñar é una arte. **Matemática Universitaria**, N° 4. [Extracto tomado del artículo "On learning, teaching, and teaching learning" de George Pólya, aparecido en American Mathematical Monthly, 70(1963) pp. 605-619]
- Rohn, K. (1984). Consideraciones acerca de la "enseñanza problémica" en la enseñanza de la matemática (I). **Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática**, 2.

ANÁLISIS DEL TALLER

“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS”

Ayudantes: Karen Contreras Trujillo
Gustavo Maraboli Lillo
Profesor Guía: Miguel A. Rodríguez

Presentación

Una buena enseñanza se reconoce en los logros que los individuos reflejan; mas aún cuando quienes han recibido la educación correcta son capaces de buscar los recursos necesarios para dar sentido a las ideas y construir soluciones significativas. Ante tal situación resulta conveniente establecer el desarrollo educativo de forma adecuada y estructurada de tal manera que el alumno vaya asimilando el conocimiento.

En este sentido nos encontramos con uno de los conceptos más difíciles de asimilar en el contexto educativo “La matemática”.

A pesar de que la idea, que se refiere a la matemática como un fundamento muy importante en la preparación de toda persona, se encuentra más generalizada que nunca; no deja de haber una fuerte corriente que rechaza el avance integral de esta.

En el desarrollo del siguiente taller nos encontraremos con una suerte de búsqueda que abarca un consenso sobre los contenidos y modos de enseñanza a partir de un análisis cuidadoso de los elementos que, de manera quizás intuitiva, subrayen la importancia de la Matemática.

Bajo este alero nos encontraremos sin duda con argumentos propios de la acción educativa; los cuales se refieren a la matemática como un ente útil.

Por una parte tenemos la utilidad para la vida práctica de ciertos conceptos y destrezas “matemáticos” (entre ellos la aritmética y la geometría). En segundo lugar, el que la Matemática es una disciplina que fomenta ciertas habilidades cognoscitivas valiosas, el pensamiento abstracto y la actitud analítica.

Tercero, que la Matemática es un lenguaje particularmente elocuente y por ello ampliamente usado para la descripción de ciertos fenómenos, por lo que cierta familiaridad con ese lenguaje es requisito indispensable para entender esas descripciones.

Estos tres argumentos son ciertamente legítimos más aún, son utilizados explícitamente en los programas de Matemática de educación media, y están implícitos en los objetivos que fundamentan este taller.

Objetivo

Uno de los grandes problemas de las matemáticas es la aplicación de esta a la resolución de problemas, ya que muchos de ellos están fuera de su entorno de conocimientos. Por lo general, para aplicar conocimientos de matemática y poder proponer modelos de solución, los alumnos requieren de conocimientos básicos de física, química o biología; este problema, sin duda alguna, es de una gran dificultad; aunado a esto tenemos que el alumno no tiene una preparación para la resolución de problemas, no saben leer, no interpreta preguntas, no asigna variable, etc.

La resolución de problemas no solo es una complicación del área de las matemáticas sino que afectan a otras áreas como la física, la química, la biología o en relación directa con el área del conocimiento del alumno; es por esta razón que en este taller los alumnos deberán traducir al lenguaje matemático las distintas situaciones planteadas, las que deberán ser resueltas a través de los ingeniosos procedimientos adquiridos a lo largo de este taller.

Por otro lado se busca que el alumno adquiera los conocimientos básicos para que reflexione sobre los conceptos y aplicaciones matemáticas y llegue a su propia forma de conocimiento, además de adquirir destrezas y habilidades intelectuales al estar ejercitando su pensamiento crítico y la reflexión. Y es aquí en donde el trabajo colaborativo adquiere relevancia, ya que el alumno después de haber adquirido el conocimiento al trabajar en equipo aprende a escuchar y a tomar en cuenta la opinión de sus compañeros, debatir ideas, reflexionar sobre esas ideas y obtener un mejor aprendizaje; construyendo procesos relacionadas con la noción misma de la matemática en sí.

Talleres:

Nº 1: Miércoles, 02 de abril de 2008

Nº 2: Miércoles, 09 de abril de 2008

Nº 3: Miércoles, 16 de abril de 2008

Tema: Como plantear un problema, interpretación, resolución individual

Horario: Desde 8:15 hasta 9:20 hrs.

► **Objetivo**

A través de diversos problemas los jóvenes reconocerán la interpretación más apropiada para abordarlos y luego llegar a la resolución más apropiada; pasando por un respectivo planteamiento.

► **Presentación del taller**

Introducción acerca de la importancia de trabajar sobre la resolución de problemas y los beneficios que un buen manejo les propiciara en la carrera.

► **Trabajo individual**

Se entrega una guía a cada alumno. Cada uno deberá desarrollar los problemas planteados según el procedimiento que ellos crean mas apropiado; el punto clave esta en la interpretación y el planteamiento de cada problema.

- **Reglas en común:** - Los alumnos no pueden borrar los razonamientos realizados.
- La resolución debe ser individual.

► **Puesta en común**

Se analiza la resolución de los problemas, es decir los alumnos pasan adelante a mostrar lo realizado y se propone armar una idea general sobre los procedimientos más usuales, además de analizar los distintos puntos de vistas e interpretaciones de los problemas.

► **Se realiza una ronda de opiniones para evaluar la actividad**

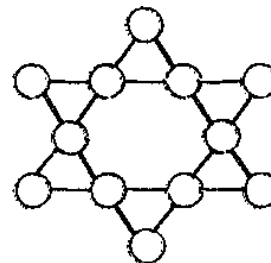
► **Tarea guía nº 1:** Se les pide a los alumnos que busquen un problema matemático, en el cual se puedan realizar distintos planteamientos; con el fin de desafiar a los mismos compañeros.

► **Cierre y Conclusiones:** Al finalizar las actividades los alumnos logran discernir sobre las debilidades y fortalezas que ellos poseen, asumiendo que el estudio y la práctica matemática es una de las principales herramientas para obtener un buen manejo lógico- matemático.

Taller razonamiento matemático n°1

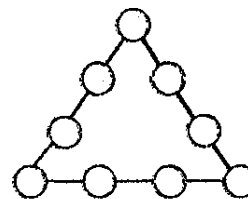
Instrucciones: No se acepta borrar los cálculos que se han escrito, es obligación dar a conocer cuál fue el razonamiento para resolver o intentar resolver el problema.

1) Ubique los números del 1 al 12 en los círculos, de tal manera que la suma de cuatro números en línea sea siempre la misma.



Desarrollo

2) En el "triángulo" que se da a su derecha ubique los números del 1 al 9 tal que la suma de los números en cada lado nos den números consecutivos.



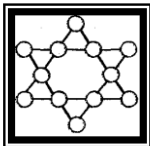
Desarrollo

3) Invente un problema para desafiar a sus compañeros, en la misma línea de los que proponen, indicando su solución.

Problema	Solución

ANÁLISIS: Taller razonamiento matemático n°1

1) Ubique los números del 1 al 12 en los círculos, de tal manera que la suma de cuatro números en línea sea siempre la misma.

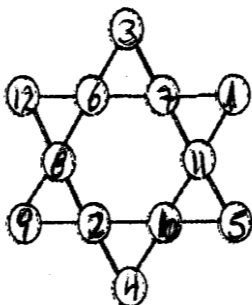


En este problema un 25% de los alumnos dieron respuestas correctas; de las cuales un 100% concluyó que la suma de cada línea era 26.

Sin duda el problema en cuestión resultó de gran dificultad para los alumnos, puesto que ocuparon gran parte del tiempo tratando de resolverlo.

Ejemplos de las resoluciones

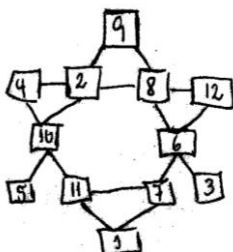
Resolución de Cindy Godoy Guerra



Razonamiento

Por ensayo y error, primero ubique los números más grande de tal forma que la suma de los más pequeños fuera equitativa, la suma de los 12 números la dividí por tres para obtener que la suma de los 4 números fuera la misma 26.

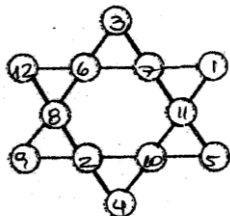
Resolución de Valesca Zamora



Razonamiento

atraves del método ensayo y error llegué a la conclusión que la suma es 26, luego para que todos me dieran 26 me intercambiando los números.

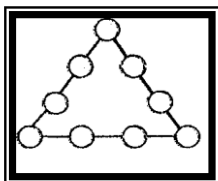
Resolución de María Soledad Rivera



Razonamiento

Ensayo y error, tratando que los números se me repitieran 2 veces solamente.

2) En el "triángulo" que se da a su derecha ubique los números del 1 al 9 tal que la suma de los números en cada lado nos den números consecutivos.



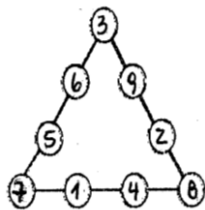
En este problema un 83% de los alumnos dieron respuestas correctas; de las cuales se hallaron 6 combinaciones distintas:

- 11,1% encontró las siguientes sumas de los lados 20 21 22
- 27,8% encontró las siguientes sumas de los lados 18 19 20
- 11,1% encontró las siguientes sumas de los lados 22 23 24
- 5,6% encontró las siguientes sumas de los lados 17 18 19
- 33,3% encontró las siguientes sumas de los lados 16 17 18
- 11,1% encontró las siguientes sumas de los lados 21 22 23

Sin duda el problema en cuestión resulto tener cierta facilidad para los alumnos, en su resolución los algunos jóvenes encontraron más de una respuesta correcta (individualmente hablando)

Ejemplos de las resoluciones

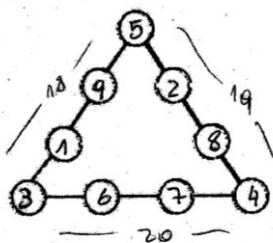
Resolución de Roxana Jaramillo
Sol. 20 21 22



Razonamiento

Ensayo y error en cada esquina colocaba números altos (8, 7, 9) y así sucesivamente y va sumando hasta que me dieron números consecutivos.

Resolución de Hernaldo Santibáñez Gálvez
Sol. 18 19 20

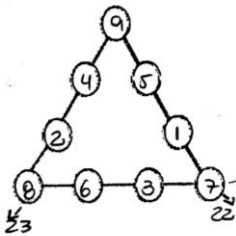


Razonamiento

Lo resolví por ensayo y error

Resolución de Maria Soledad Rivera

Sol. 22 23 24

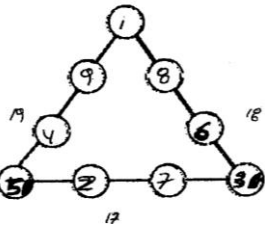


Razonamiento

Use en los extremos los 3 números más grandes; luego los demás números los fui ordenando en 3 columnas de manera que fueran sumando los 1º consecutivos.

Resolución de Teresa Vázquez

Sol. 17 18 19

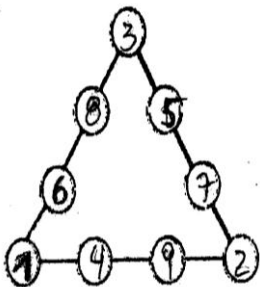


Razonamiento

Fui colocando los números grandes con los más chicos y después los sume y al final cambié los números de posición (7 y 6 para 17 de dos lugares) para que dieran los 1º consecutivos

Resolución de Juan Carlos Peñaloza

Sol. 16 17 18

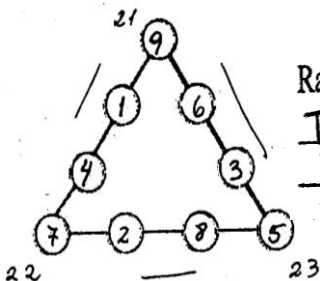


Razonamiento

Los números más chicos (1, 2, 3) los coloqué en los extremos del "triángulo" y los restantes números los coloqué de tal manera que no quedara junto el 5 y 6, o el 7 y 8, etc.

Resolución de Francisca Lorca Cubillos

Sol. 21 22 23



Razonamiento

Trate de encajar los números hasta que encuentre la ubicación correcta

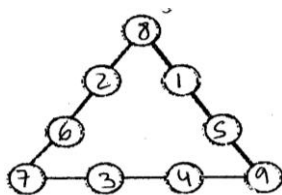
Observaciones:

- En general los jóvenes resuelven los problemas 1 y 2 utilizando el método "Ensayo-error"
- El en ejercicio nº1 uno de los alumnos sumo los extremos de los números sucesivamente; así llego a la conclusión de que la suma de cada lado era 26.

1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12 luego multiplico por 2 el número 13, pues cada fila tiene cuatro casilleros, es decir caben dos parejas de suma 13 cada una.

13

- En el ejercicio nº 2 dos alumnos concluyeron que además de encontrar como suma de cada lado del triangulo números sucesivos se puede encontrar sumas iguales para cada lado.



Resolución de Claudia González Cataldo
Sol. 23

Razonamiento

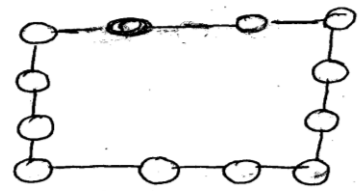
Puse los números mayores en las esquinas (7, 8, 9) y luego los menores, uno en cada lado (1, 2, 3) obviamente el menor de los menores va a quedar entre 8 y 9 el mayor de los menores (3) entre 7 y 9, el 2 entre 8 y 7. y luego puse los que faltaban.

3) Invente un problema para desafiar a sus compañeros, en la misma línea de los que proponen, indicando su solución.

- Por falta de tiempo solo el 13% de los alumnos realizo este desafío

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Mauro Mondaca Escobar

Problema	Solución
<p>COLOCAR LOS N^{os} DEL 1 AL 12 CON TAL Q^e LA SUMA SEA LAS MISMAS EN TODAS LAS LINEAS SIN REPETIR LOS NÚMEROS</p>	

Debido a que el ejercicio nº 3 de la guía nº 1 fue resuelto solo por el 13% de los alumnos asistentes a clases; el problema fue dado de tarea, con el fin de percibir el compromiso y responsabilidad de los jóvenes.

* Cabe destacar que solo un 80% de los alumnos cumplieron con la tarea pedida.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Francisca Lorca

Tratar de conseguir el número 100 con los números del 1 al 9 siguiendo estas reglas:

- ✓ Podemos utilizar las operaciones suma, resta, multiplicación y división
- ✓ Los números del 1 al 9 deben ir desde ese orden 1-2-3-4-5-6-7-8-9
- ✓ Se debe respetar las prioridades es decir multiplicación y división tiene más prioridad que la suma y la resta.

Respuesta:

- 1) $123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$
- 2) $1 + (2 \cdot 3) + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100$
- 3) $(1 \cdot 2) \cdot 3 + 4 - 5 + 6 + 7 + 89 = 100$
- 4) $(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4) - 5 - 6 + 78 + 9 = 100$
- 5) $(1 \cdot 2 \cdot 3) + 4 + 5 + 6 + 7 + (8 \cdot 9) = 100$

Resolución de Verónica Carrasco

Ubicar los N° del 1 al 9.
y que en cada sus formas
súme lo mismo. -

1 2 3 4 5 6 7 8 9

1 = 9
6 7 2
8 3 4

Respuesta

4	9	2	= 15
3	5	7	= 15
8	1	6	= 15
= 15	= 15	= 15	

Taller razonamiento matemático n° 2

1) Descubrir la cantidad en el mensaje secreto

Un hijo envía a su padre matemático una carta desde Inglaterra con el mensaje que se da a tu derecha. ¿Cuál es la suma de dinero que pide el hijo a su padre?

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

2) Seguir la secuencia numérica

Considere el número entero que se forma de la siguiente manera:

123456789101112131415... calcule el dígito que se encuentra en la posición 1992

3) El problema de la cabra

Una cabra está atada a un vértice de un corral triangular equilátero y ubicada en el exterior de dicho corral. Si la cuerda a la cual está atada mide 10m y el lado del corral mide 9m. Sabiendo que la cabra no puede ingresar al corral, determine el área de la superficie donde la cabra se puede desplazar.



ANÁLISIS: Taller razonamiento matemático n° 2

1) Descubrir la cantidad en el mensaje secreto

Un hijo envía a su padre matemático una carta desde Inglaterra con el mensaje que se da a tu derecha. ¿Cuál es la suma de dinero que pide el hijo a su padre?

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

En este problema solo un 8% de los estudiantes logra plantear un procedimiento razonable para solucionarlo, sin duda es un problema con gran dificultad, en donde los alumnos ocupan gran parte del tiempo.

Ejemplos de las resoluciones

$$\begin{array}{r} 9567 \\ 1085 \\ \hline 10652 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

Resolución de Cindy Godoy

fui sumando primero los dos dígitos de tal forma que de 10 luego reemplazando la E que de tal manera que el E reemplazado x 5 el resultado diciera 6 teniendo por resultado 6 la N = 6 y el resultado E = 5 faltando los números para que la suma cuadrara con los números que ya se tenían como se ve.

Resolución de Maria Soledad Rivera

<p>SEND MORE + MONEY ----- MONEY</p>	<p>MONEY</p> <p>9 5 6 7 - 1 0 8 5 ----- 1 0 6 5 2</p>	<p>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19</p> <p>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 2 3 4 5 6 7 8 9</p>
<p>SEND MORE 9 5 6 7 + 1 0 8 5 ----- 1 0 6 5 2</p>	<p>Money 1 0 6 5 2</p>	

2) Seguir la secuencia numérica

Considere el número entero que se forma de la siguiente manera:

123456789101112131415... calcule el dígito que se encuentra en la posición 1992

Al igual que el caso anterior, este problema muestra gran dificultad para los estudiantes, pues se puede interpretar de variadas formas. Solo una estudiante plantea un procedimiento para solucionarlo.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Verónica Carrasco

Considere el número entero que se forma de la siguiente manera:
~~solo si son numeros consecutivos del 1 hasta el N° que tenga espacios~~
123456789101112131415... calcule el dígito que se encuentra en la posición 1992
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21

0 al 14 = 19 digitos	1 al 100 = 192 digitos.	
15 al 30 = 32 digitos	100 al 200 = 384	700 al 800 = 1344
31 al 46 = 38 digitos.	200 al 300 = 576	800 al 900 = 1536.
47 al 62 = 32	300 al 400 = 768.	900 al 1000 = 1729.
63 al 78 = 32	400 al 500 = 960.	1000 al 1099 = 1969.
79 al 94 = 32	500 al 600 = 1152.	
95 al 100 = 13.		

Razonamiento
~~fui sumando los digitos osea de 1 al 100 y así sucesivamente de 100 en 100 hasta llegar al Numem más proximo que fue el 1969.~~
~~y de ahí ubique los N° en línea y conte asta llegar al dígito N° 23 que faltaba para llegar al 1992 que sería el dígito (6).~~

1065 Dígito posición 1992.

Problema 2: El problema de la cabra

3) El problema de la cabra

Una cabra está atada a un vértice de un corral triangular equilátero y ubicada en el exterior de dicho corral. Si la cuerda a la cual está atada mide 10m y el lado del corral mide 9m. Sabiendo que la cabra no puede ingresar al corral, determine el área de la superficie donde la cabra se puede desplazar.

Ninguno de los estudiantes logra lo pedido; ni siquiera intentan plantear un posible procedimiento.



Taller razonamiento matemático n° 3

1) Cuatro personas entran en un ascensor que puede trasportar un peso máximo de 380 kilos, si se sobrepasa ese peso, sonará una alarma y el ascensor se bloqueará. De cuatro personas que suben se sabe que:

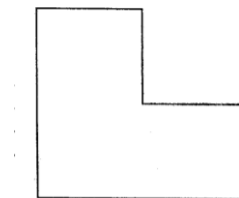
- Pedro es quien pesa más y si cada una de las otras tres personas pesara igual que Pedro, la alarma sonaría.
- Sebastián es el más liviano, el ascensor podría subir a 5 personas como él
- David pesa 14 kilos menos que Pedro, y sólo 6 menos que Emilio
- Emilio pesa 17 kilos más que Sebastián.
- Los pesos de Pedro y Sebastián son múltiplos de 5

¿Cuánto pesa cada una de las personas nombradas?

Cálculos

2) Un problema de fraccionamiento

Fracciona esta figura en cuatro partes iguales



3) Un problema de combinaciones

Escribe, por lo menos, de cuatro maneras distintas el número 100. Para ello sólo debes ocupar un mismo dígito en cada caso.

Utilizando los 10 dígitos y sin repetirlos, escribe dos fracciones cuya suma sea igual a uno.

Desarrollo

a)

b)

ANÁLISIS: Taller razonamiento matemático n° 3

1) Cuatro personas entran en un ascensor que puede transportar un peso máximo de 380 kilos, si se sobrepasa ese peso, sonará una alarma y el ascensor se bloqueará. De cuatro personas que suben se sabe que:

- Pedro es quien pesa más y si cada una de las otras tres personas pesara igual que Pedro, la alarma sonaría.
- Sebastián es el más liviano, el ascensor podría subir a 5 personas como él
- David pesa 14 kilos menos que Pedro, y sólo 6 menos que Emilio
- Emilio pesa 17 kilos más que Sebastián.
- Los pesos de Pedro y Sebastián son múltiplos de 5

¿Cuánto pesa cada una de las personas nombradas?

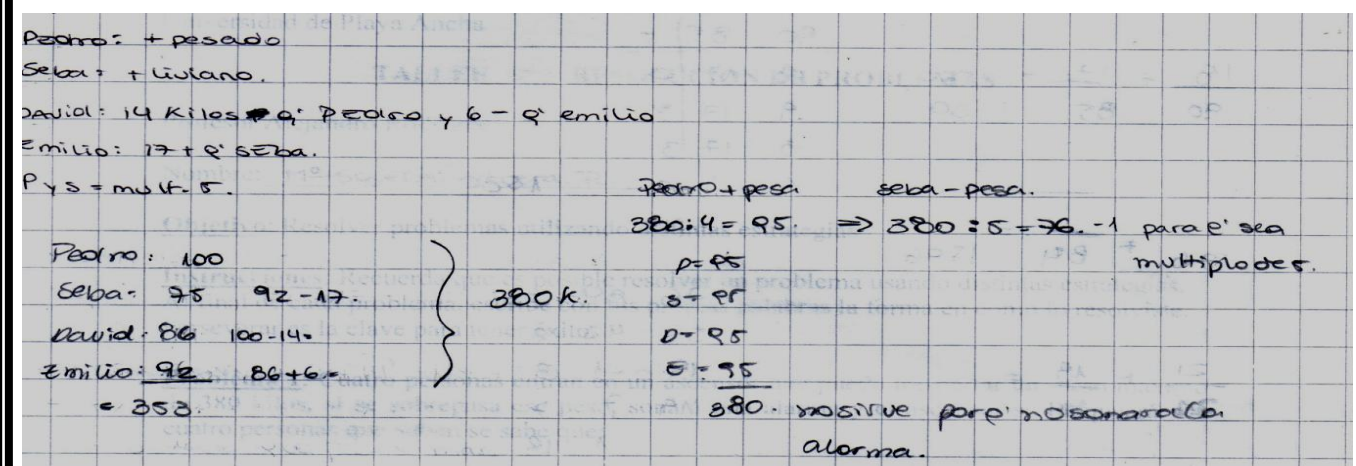
En este problema, solo un 70% de los estudiantes intentaron plantear la situación; de los cuales un 40% llega a la conclusión de que:

- Sebastián pesa 75 kg.
- David pesa 86 kg.
- Emilio pesa 92 kg.
- Pedro pesa 100 kg.

El resto de los jóvenes solo plantean algunas de las edades.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de María Soledad Rivera



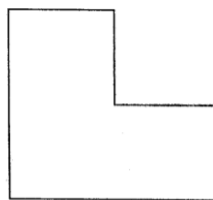
Pedro: + pesado
 Seba: + liviano.
 David: 14 kilos menos que Pedro y 6 - que Emilio
 Emilio: 17 + que Seba.
 P y S = mult. 5.

Pedro: 100 Seba: 75 92 - 17. David: 86 100 - 14. Emilio: 92 86 + 6. = 353.	} 380 k.	Pedro + pesa. $380 : 4 = 95.$ $p = 95$ $s = 95$ $d = 95$ $e = 95$ 380. no sirve por no sonar la alarma.
-------------------------------------------------------------------------------------------------	----------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

seba - pesa.
 $\Rightarrow 380 : 5 = 76. - 1$ para que sea múltiplo de 5.

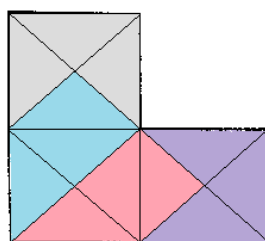
2) Un problema de fraccionamiento

Fracciona esta figura en cuatro partes iguales



En este problema un 5% de los alumnos dieron respuestas correctas; de las cuales un 100% concluyó en dos formas de resolver el problema.

Sin duda el problema en cuestión resultó de gran dificultad para los alumnos, puesto que no se resolvió dentro del tiempo asignado para la resolución de la guía.



3) Un problema de combinaciones

Escribe, por lo menos, de cuatro maneras distintas el número 100. Para ello sólo debes ocupar un mismo dígito en cada caso.

Utilizando los 10 dígitos y sin repetirlos, escribe dos fracciones cuya suma sea igual a uno.

En general, este problema no es logrado por el grupo de trabajo, pues no entienden ciertos términos como:

-Cuando se pide escribir con el mismo dígito; ellos confunden el término dígito con el de número.

En lo particular, hubieron respuestas que sí lograron lo pedido, pero en un muy bajo número y luego de realizar algunos ejemplos en la pizarra.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de María Soledad Rivera

$$a) 4^4 - (4 \cdot 44) + (4 \cdot 4) + 4 = 100$$

$$b) 44 + 4 + 4 - (4 \cdot 4 \cdot 4) - 4 \cdot 4 = 100$$

$$c) 444 - 4^4 - (44 + 44) = 100$$

$$d) 444 \div 4 + (4 \div 4) - (4 - 4) + 4 = 100$$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$$\frac{5}{30} + \frac{4}{24} = \frac{120}{120} = 1$$

30	24	30
10	8	2
5	4	2
5	2	2
5	1	5
1	1	120

Resolución de Ricardo Ponce

$$3) a) 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 100$$

$$\frac{999}{9} - \frac{99}{9} = 100$$

$$9 \times 9 + \frac{99}{9} + \frac{99}{9} - \frac{9}{9} - \frac{9}{9} - \frac{9}{9} - \frac{9}{9} = 100$$

$$\left(\sqrt[9]{99} \right)^9 + \frac{99}{99} = 100$$

$$9 \times 9 + 9 + 9 + \frac{9}{9} = 100$$

$$b) \frac{1+9}{8+2} + \frac{3+7}{6+4}$$

Talleres:

Nº 4: Miércoles, 23 de abril de 2008

Nº 5: Miércoles, 30 de abril de 2008

Nº 6: Miércoles, 07 de mayo de 2008

Nº 7: Miércoles, 28 de mayo de 2008

Tema: Planteamientos y resoluciones grupales

Horario: Desde 8:15 hasta 9:20 hrs.

► **Objetivo**

A través del contacto directo con sus compañeros; los alumnos experimentaran la resolución de problemas, considerando los distintos puntos de vista y procedimientos; lo que se vera reflejado en la cobertura y posibles soluciones de los problemas.

► **Presentación del taller**

Importancia del trabajo en equipo y de compartir el conocimiento y métodos de resolución de problemas.

► **Trabajo grupal:**

Se conforman distintos grupos con el fin de que los jóvenes creen diversas estrategias de trabajo, de modo que el abordar los problemas resulte a simple vista más liviano, pero tendrán que saber elegir, compartir y mezclar ideas.

- **Reglas en común:** - Los alumnos no pueden borrar los razonamientos realizados.
- La resolución debe considerar las distintas ideas de los integrantes de cada grupo.

► **Puesta en común**

Se analiza la resolución de los problemas, es decir un representante de cada grupo pasa adelante a mostrar lo realizado y se propone armar una idea general sobre los procedimientos más usuales, además de analizar los distintos puntos de vistas e interpretaciones de los problemas.

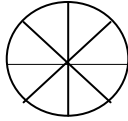
► **Se realiza una ronda de opiniones para evaluar la actividad**

► **Cierre y Conclusiones:** Los alumnos logran un buen trabajo en equipo, no solo por los resultados obtenidos, además por el entusiasmo y participación; pues dan muestra de variados y completos procedimientos empleados.

Taller razonamiento matemático n° 4

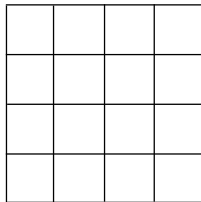
1) Ubica los números del 1 al 9, sin repetir, en los extremos de cada diámetro y en el centro de la circunferencia, de tal manera que la suma de tres números alineados siempre de 15.

Desarrollo



2) Ubica los números del 1 al 16 en los cuadrados vacíos del cuadrado de tal manera que la suma en diagonal, vertical u horizontal sea siempre 34 (no es posible repetir números)

Desarrollo



3) Se tiene 6 canastos con huevos, hay canastos con huevos de “patas” y canastos con huevos de gallina. Los canastos tienen indicados el número de huevos. Así los canastos indican 5,6,12,14,23 y 29. Su dueña dijo, “si vendo ese canasto, me quedarán el doble de huevos de gallina que de pata”. ¿A qué canasto se refiere?

Desarrollo

4) Utilizando los 10 dígitos, en cada caso, escribe tres expresiones numéricas que sean iguales a 100.

Desarrollo

ANÁLISIS: Taller razonamiento matemático n° 4

1) Ubica los números del 1 al 9, sin repetir, en los extremos de cada diámetro y en el centro de la circunferencia, de tal manera que la suma de tres números alineados siempre de 15.

Alrededor de un 98% de los alumnos plantearon y resolvieron de manera correcta esta pregunta, en su totalidad los jóvenes concluyeron en que el número que debía estar en el centro del círculo es el 5 y luego situaron los números de manera que la línea fuera 15, el punto clave para resolver este problema era saber que al sumar los extremos la suma es 10 y el número 5 queda solo, justa para colocarlo en el centro.

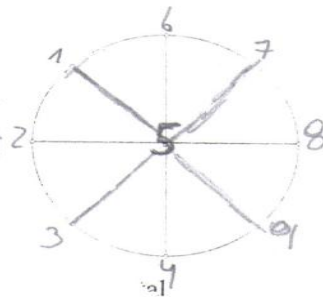
$$\underbrace{1+2+3+4+5+6+7+8+9}_{10}$$

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Mauro Mondaca
Diego Estay, Hernaldo Vicencio
Manuel Villalón

Desarrollo

TUVIMOS LA CONCLUSIÓN QUE AL SUMAR EL N° MAYOR Y EL MENOR ES RESULTADO ES 10 Y SI SE PROSIGUE Y EL FINAL EL 5 EN EL CENTRO Y ASI EL RESULTADO NO SOBREPASA LOS 15.



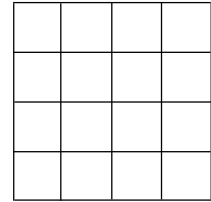
Resolución de Ricardo Ponce, Juan Alarcón

Desarrollo

ordené los números del 1 al 9. hize el primero con el resultado y despues los puse uno a cada extremo despues hize volver el 5 y lo puse al medio y hoy me da 15 para todos los



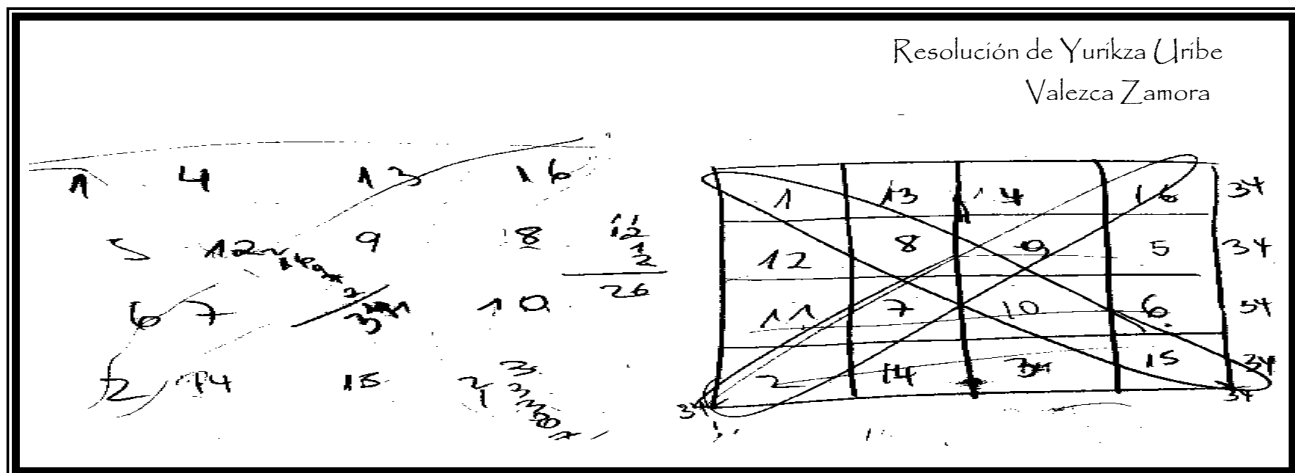
2) Ubica los números del 1 al 16 en los cuadrados vacíos del cuadrado de tal manera que la suma en diagonal, vertical u horizontal sea siempre 34 (no es posible repetir números)



En general este problema, tuvo gran acogida por parte de los alumnos, pues en un principio parece ser fácil, pero no es tan así los jóvenes tardaron gran parte de la clase en solucionarlo.

Ejemplo de las resoluciones

Resolución de Yurikza Uribe
Valezca Zamora



3) Se tiene 6 canastos con huevos, hay canastos con huevos de "patas" y canastos con huevos de gallina. Los canastos tienen indicados el número de huevos. Así los canastos indican 5,6,12,14,23 y 29. Su dueña dijo, "si vendo ese canasto, me quedarán el doble de huevos de gallina que de pata". ¿A qué canasto se refiere?

Los planteamientos realizados en este problema, no responden en ningún caso a lo que se pide realmente en este caso; por lo tanto y definitivamente nadie logra los objetivos en el problema en cuestión.

4) Utilizando los 10 dígitos, en cada caso, escribe tres expresiones numéricas que sean iguales a 100.

En este caso las respuestas fueron totalmente distintas al caso anterior, aquí los alumnos encontraron muchas posibles respuestas, innovando en las resoluciones.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Mauro Mondaca
Diego Estay- Hernaldo Vicencio -Manuel Villalón

Desarrollo

Ⓐ $(7 \cdot 6) / (2 \cdot 1) (8 + 3 + 5) + (4 - 9) \cdot 0 = 100$

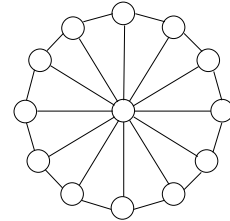
Ⓑ $(9 \cdot 8) + (7 + 1 + 6 + 5 + 4 + 3 + 0) = 100$

Ⓒ $(1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3) + (9 + 7 + 4) - (8 + 2) = 100$

A TRAVEZ DE SUMATORIA RESTA Y MULTIPLICACION
INTENTANDO VARIAS VECES

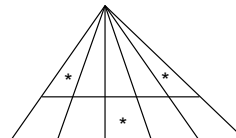
Taller razonamiento matemático n° 5

1) Ubicar los números: 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14 y 15; tal que la suma de todas las líneas sea 25.

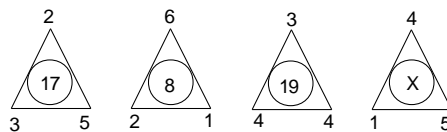


2) ¿Cuántos triángulos tienen por lo menos un asterisco (*)?

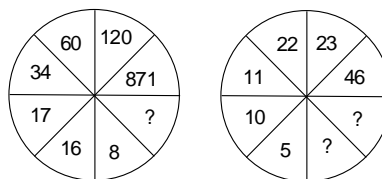
- a) 22 b) 23 c) 21
d) 19 e) 18



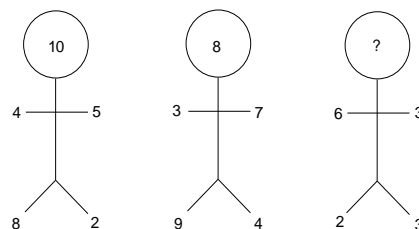
3) Determinar el valor de x



4) Hallar la suma de los términos que faltan en:

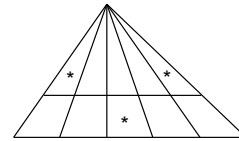


5) ¿Qué número falta?



2) ¿Cuántos triángulos tienen por lo menos un asterisco (*)?


- a) 22 b) 23 c) 21
d) 19 e) 18




En este caso la respuesta correcta a diferencia de la mayoría de los ejercicios planteados, tiene una sola respuesta que es expresada a través de distintas alternativas, aquí la respuesta correcta es la alternativa a), pues se cuentan 22 triángulos con al menos un asterisco.

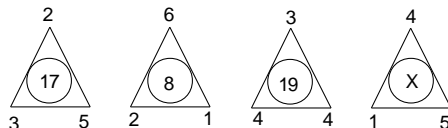
En general se plantea un 60% de respuestas correctas, puesto que el porcentaje restante olvida contar el triángulo mayor, el que posee a los demás triángulos dentro de él.

Ejemplos de las resoluciones

<p>2.-¿Cuántos triángulos tienen por lo menos un asterisco (*)?</p>	<p>Resolución de Manuel Villalón</p>
	<p>El triángulo chico me da 9 El triángulo grande me da 13 y lo mismo de ellos me da 22 triángulos</p>
<p>a) 22 b) 23 c) 21 d) 19 e) 18</p>	

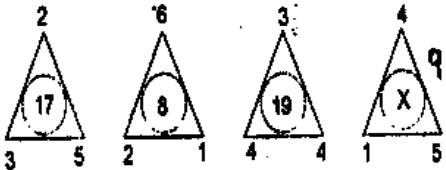
<p>2.-¿Cuántos triángulos tienen por lo menos un asterisco (*)?</p>	<p>Resolución de Mauro Mondaca</p>
	<p>POR LO TANTO SON 21 TRIANGULOS, YA QUE ARRIBA HAY 9 Y LOS DE ABAJOS LOS MAS GRANDES HAY 9 TAMBIEN, SUMARIAN 18 POR LO TANTO EN EL MEDIO HAY 3 Y SUMAN = 21.</p>
<p>d) 22 b) 23 c) 21 d) 19 e) 18</p>	
<p>NO ES NIADA</p>	

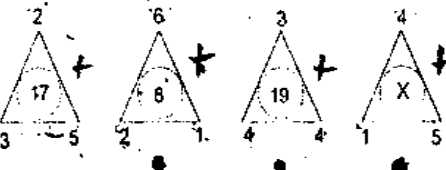
3) Determinar el valor de x



En este caso las respuestas fueron unánime el 94% de los alumnos que plantearon el problema, lo hicieron de igual manera: Multiplicaron los números que se encuentran en la base de cada triángulo y sumaron el número que se encuentra en la parte superior del cada figura, por esta razón todos llegan a la misma respuesta: $x=9$

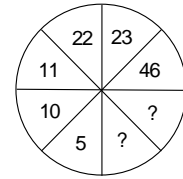
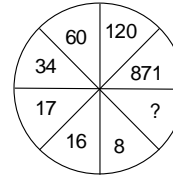
Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Ricardo Ponce	
<p>3.-Determinar el valor de "X".</p> 	<p>multiplique los 2 números de la base y sume el 2do vertice</p> <p>Ej</p> $(3 \times 5) + 2 = 17$ $(2 \times 1) + 6 = 8$ $(4 \times 4) + 3 = 19$ $(5 \times 1) + 4 = 9$

Resolución de Manuel Villalón	
<p>3.-Determinar el valor de "X".</p>  <p>$X = 9$</p>	<p>Por deducción se multiplica la base y se suma el vertice que sobra</p> $(3 \cdot 5) + 2 = 17$ $(2 \cdot 1) + 6 = 8$ $(4 \cdot 4) + 3 = 19$ $(5 \cdot 1) + 4 = 9$

4) Hallar la suma de los términos que faltan en:

Este problema tiene diversas formas de ser abarcado y ninguno de los estudiantes fue capaz de explicarlas por completo. En el caso del primer círculo las respuestas fueron unánimes, pues el 100% de los alumnos coinciden en que el número que falta es 1742, en el círculo que sigue los números que faltan pueden ser:

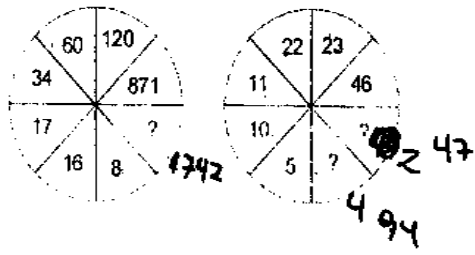


- 2 y 4
- 47 y 94
- 4 y 47. Dependiendo de la posición de partida.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Diego Estay

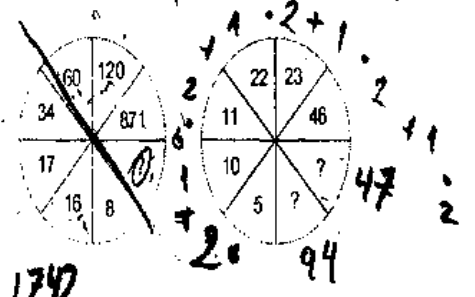
4.-Hallar la suma de los términos que faltan en:



En el primer círculo los números se multiplican por dos y en el segundo la fórmula es que se multiplican por 2 y a ese resultado se suma 1.

Resolución de Manuel Villalón

4.-Hallar la suma de los términos que faltan en: 249 258



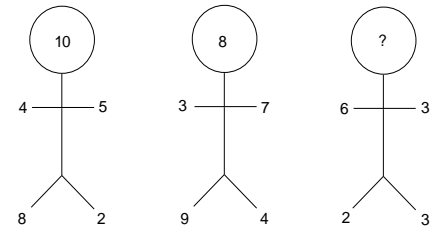
LA 2ª TORTILLA TOMAMOS LA DETERMINACION QUE EL PRIMER NUMERO SE MULTIPLICA POR 2, DANDO UN RESULTADO Y A DICHO N° SE LE SUMA 1 DANDO COMO RESULTADO EL 3º DIGITO
 $(5 \cdot 2) = 10$ $(10 + 1) = 11$

5) ¿Qué número falta?

Un 68% de los alumnos plantean una posible solución que resulta ser razonable: Un 75% proponen que el número que falta es el número 13.

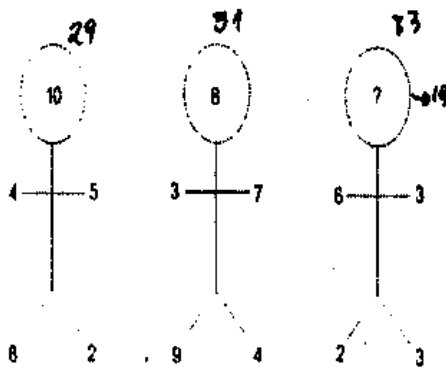
Mientras que el 25% restante dice que el número que falta es el 19.

Ejemplos de las resoluciones



Resolución de Diego Estay

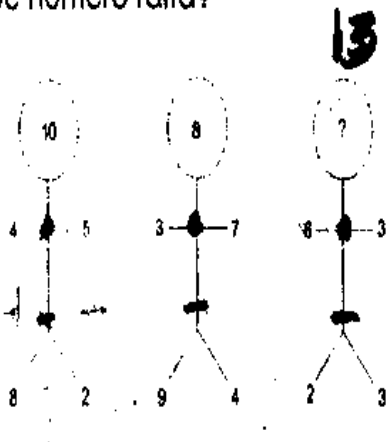
1. ¿Qué número falta?



Se suman todos los números
y de números impares
consecutivos, entonces
el término $? = 19$
porque de suma tiene
que sea 33.

Resolución de Manuel Villalón

1. ¿Qué número falta?



Por deducción.
Se multiplican los números
de las manos y luego
se le resta la suma
de sus pies, teniendo en
cuenta que las figuras son

Taller razonamiento matemático n° 6

1) Determine $a + b + c$, si se sabe que: $\overline{a7c} + \overline{c6a} + \overline{5b9} = \overline{1c26}$

2) Si: $\sqrt[a]{pez} = a$; determine $p + a + z + e$

3) Si: $3 \cdot (\overline{abcde}) = \overline{bcde3}$; determine $a + b + c + d + e$

4) Si el número de tres cifras se multiplica por 7 el producto termina en 922. Hallar la suma de cifras del número.

5) Si: $\overline{mnpqr} \cdot (99) = \dots 77232$; determine $m + n + p + q + r$

6) Si: $\overline{bata} + \overline{bata} = \overline{manto}$ con $o \neq 0$

Letras diferentes representan cifras diferentes; determinar $b + o + n + t + m$

ANÁLISIS: Taller razonamiento matemático n° 6

1) Determine $a + b + c$, si se sabe que: $\overline{a7c} + \overline{c6a} + \overline{5b9} = \overline{1c26}$

Este problema denota gran dificultad, aun así fue resuelto por un 55% de los estudiantes de los cuales un 100% llegan a la misma solución: $a=3$, $b=8$, $c=4$.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Julia Retamal

<p>2.-Determine : $a + b + c$, si:</p> $\overline{a7c} + \overline{c6a} + \overline{5b9} = \overline{1c26}$	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right;">$\overline{07c}$</td> <td style="text-align: right;">374</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">$\overline{c6a}$</td> <td style="text-align: right;">463</td> <td style="text-align: right;">$Q=3$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">$\overline{5b9}$</td> <td style="text-align: right;">589</td> <td style="text-align: right;">$b=8$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">\hline</td> <td style="text-align: right;">\hline</td> <td style="text-align: right;">$c=4$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">$1c26$</td> <td style="text-align: right;">1426</td> <td></td> </tr> </table> <p>EJERCICIO FUE DESARROLLADO POR ENSAYO Y ERROR.</p>	$\overline{07c}$	374		$\overline{c6a}$	463	$Q=3$	$\overline{5b9}$	589	$b=8$	\hline	\hline	$c=4$	$1c26$	1426	
$\overline{07c}$	374															
$\overline{c6a}$	463	$Q=3$														
$\overline{5b9}$	589	$b=8$														
\hline	\hline	$c=4$														
$1c26$	1426															

2) Si: $\sqrt[4]{pez} = a$; determine $p + a + z + e$

Este problema presenta gran acogida por parte de los alumnos, pues un 85% de los alumnos logran los objetivos planteados, realizando un procedimiento de ensayo-error el 100% de los estudiantes plantean una forma ingeniosa de resolver el ejercicio.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Francisca Lorca

<p>3.-Si: $\sqrt[4]{pez} = a$; Determine: $p + a + z + e$</p> <p>$a = 4$ $p = 2$ $e = 5$ $z = 6$</p> <p style="text-align: right;">$2 + 4 + 6 + 5 = 17$</p>	$\sqrt[4]{100p + 10e + z} = a \quad / ()^4$ $100p + 10e + z = a^4$ $10(10p + e) + z = a^4$ $10(10 \cdot 2 + 5) + 6 = 4^4$ $10(20 + 5) + 6 = 25 \cdot 6$ $10(25) + 6 = 256$ $250 + 6 = 256$ $256 = 256 \quad \checkmark$
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Los ejercicios 3, 4, 5 y 6 no fueron resueltos.

3) Si: $3 \cdot (\overline{abcde}) = \overline{bcde3}$; determine $a + b + c + d + e$

R: $a + b + c + d + e = 23$

4) Si el número de tres cifras se multiplica por 7 el producto termina en 922. Hallar la suma de cifras del número.

R: $a + b + c = 18$

5) Si: $\overline{mnpqr} \cdot (99) = \dots 77232$; determine $m + n + p + q + r$

R: $m + n + p + q + r = 35$

6) Si: $\overline{bata} + \overline{bata} = \overline{manto}$ con $o \neq 0$

Letras diferentes representan cifras diferentes; determinar $b + o + n + t + m$

R: $8 + 4 + 5 + 9 + 1 = 27$

Taller razonamiento matemático n° 7

Trabajo de investigación

▶ **Temas:** -Sumatorias.

-Progresión aritmética.

-Combinatorias.

▶ **Objetivo general**

- Los alumnos desarrollen las competencias necesarias para el desarrollo de los problemas planteados.
- Ampliar la visión matemática que los alumnos poseen frente a un problema específico.

▶ **Objetivo específico**

A través del planteo de los problemas dados, llegar a formas mas constructivas y generalizadas para resolver los problemas según al tema que correspondan.

▶ **Características generales:**

- El curso es dividido en grupos de 3 a 4 personas.
- A cada grupo se le designará un tema específico.
- Cada tema posee ejercicios puntuales (planteados)

▶ **Características específicas**

- Los temas pueden ser desarrollados tanto de manera intuitiva, además de la utilización de formulas específicas. (fuente de investigación)

Calcular

(Utilizando sumatorias)

- a) La suma de todos los múltiplos positivos de 13, menores que 500.
- b) La suma de todos los múltiplos positivos de 17 menores que 1000.
- c) La suma de todos los enteros desde -10 hasta 723, ambos números incluidos.
- a) 9633 b) 29087 c) 261 671

Progresión aritmética

01. El primer término de una progresión aritmética es 4 y el último 34. Sabiendo que la suma de sus términos es 247, hallar el número de términos y la diferencia.
02. El último término de una progresión aritmética que consta de 49 términos es 28. Sabiendo que la diferencia es 12. Hallar el primer término y la suma de todos ellos.
03. Hallar la suma de todos los enteros pares comprendidos entre 17 y 99.
04. Hallar la suma de todos los enteros comprendidos entre 84 y 719 que sean múltiplos de 5.
05. Hallar el número de términos que se deben tomar de la p. a... 3. 7. 11... para que su suma sea 1275.
- 1) $n = 13$ $d = 2,5$ 2) $a = -548$ $S = -12740$
- 3) $S = 2378$ 4) $S = 50800$
- 5) $n = 25$

Análisis combinatorio

01. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 6 personas en 6 sillas colocadas una al lado de la otra?
02. Hallar el número de señales distintas que se pueden hacer con cuatro banderas de colores diferentes izando dos banderas una encima de la otra.
03. Hallar el número de señales distintas que se pueden realizar con seis banderas de colores diferentes izando tres banderas una encima de la otra.
04. ¿De cuántas maneras se puede elegir un presidente, un secretario y un tesorero en un club formado por 12 miembros?

- 1) 720 2) 12 3) 120 4) 1320

ANÁLISIS: 1º Tema Sumatorias

Los trabajos realizados sobre sumatorias tuvieron una buena acogida por parte de los alumnos; un 95% de los grupos asignados con este tema emplearon formulas para la obtención de las respuestas, además de comprobar los resultados utilizando métodos básicos (sumas).

Resoluciones de: -Karim Arancibia

-Verónica Carrasco

-Francisca Lorca

Calcular (utilizando sumatorias).

2) La suma de todos los múltiplos positivos de 13, menores que 500.

$n = 38$ $13 \times 38 = 494$

Propiedad $n = 1$

$$\sum_{n=1}^{38} (13n)$$

$$\sum_{n=1}^{38} (13n) = \frac{38}{2} (13 + 494)$$

$$\sum_{n=1}^{38} (13n) = 19 \cdot (507)$$

$$\sum_{n=1}^{38} (13n) = 9.633$$

Respuesta: La suma de todos los múltiplos de 13, menores de 500 es de 9.633.

①

13 - 26 - 39 - 52 - 65 - 78 - 91 - 104 - 117 - 130 - 143 - 156 - 169 - 182 - 195 - 208 - 221 - 234 - 247 - 260 - 273 - 286 - 299 - 312 - 325 - 338 - 351 - 364 - 377 - 390 - 403 - 416 - 429 - 442 - 455 - 468 - 481 - 494

9633

b) La suma de todos los múltiplos positivos de 17 menores que 1000.

Procedimiento nº 1

$$n = 58 \qquad 17 \times 58 = 986$$

$$\sum_{n=1}^{58} (17n) = \frac{58}{2} (17 + 986)$$

Procedimiento nº 2

$$\sum_{n=1}^{58} (17n) = 29 \cdot (1003)$$

Procedimiento nº 3

$$\sum_{n=1}^{58} (17n) = 29 \cdot 087$$

Respuesta:

La suma de todos los múltiplos positivos de 17 menores que 1000 es de 29.087.

② 17 - 34 - 51 - 68 - 85 - 102 - 119 - 136 - 153 - 170 - 187 - 204 -
221 - 238 - 255 - 272 - 289 - 306 - 323 - 340 - 357 - 374 - 391 -
408 - 425 - 442 - 459 - 476 - 493 - 510 - 527 - 544 - 561 - 578 -
595 - 612 - 629 - 646 - 663 - 680 - 697 - 714 - 731 - 748 - 765 -
782 - 799 - 816 - 833 - 850 - 867 - 884 - 901 - 918 - 935 - 952 -
969 - 986 = -

29.087

c) La suma de todos los enteros desde -10 hasta 723, ambos números incluidos

Se entiende que sumatorias a la suma

va desde fin $\sum_{n=-10}^0$ hasta $\sum_{n=1}^{723}$ de números, que se denota

$$\sum_{n=-10}^0 + \sum_{n=1}^{723}$$

la $n=1$ en $n=1$:

$$\sum_{n=-10}^0 + \sum_{n=1}^{723} = \frac{734}{2} (-10 + 723)$$

$$\sum_{n=-10}^0 + \sum_{n=1}^{723} = 367 (713)$$

de: Cantidad restante de la suma

$$\sum_{n=-10}^0 + \sum_{n=1}^{723} = 261.671.$$

Cantidad de valores a sumar

Intervalo de la suma, que varía entre $n=1$ y $n=723$

Punto inicial de la sumatoria

1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10

10 - 9 - 8 - 7 - 6 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1

11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11 - 11

Valor de la magnitud objeto de suma en

$$10 \div 2 = 5 \qquad 11 \times 5 = 55$$

ANÁLISIS: 2º Tema Progresión Aritmética

Los trabajos realizados sobre progresión aritmética resultaron con cierta dificultad frente a los alumnos, pues solo un 55% de los grupos asignados con este tema emplearon formulas; mientras que el resto solo se dedicó a interpretar y plantear los problemas, más que a resolverlos.

+ Cabe destacar que el ejercicio nº 4 no fue realizado por ningún grupo.

Resoluciones de: - Cindy Godoy

- Anita Tapia

① El primer término de una progresión aritmética es 4 y el último término es 34 sabiendo que la suma de sus términos es 247, hallar el número de términos y la diferencia.

Primer término = 4 último término = 34 suma de términos = 247
∴ número de términos = 13 ∴ diferencia = 2,5

$$S_n = \frac{a_1 + a_n \cdot n}{2}$$

$$247 = \frac{4 + 34 \cdot n}{2}$$

$$247 = 19 \cdot n$$

$$\frac{247}{19} = n$$

$$13 = n$$

$$\boxed{13 = n} \quad \text{total de números}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$34 = (4 + 12)d$$

$$34 = 16d$$

$$\frac{34}{16} = d$$

$$2,125 = d$$

$$\boxed{2,5 = d} \quad \text{diferencia}$$

2 El último término de una progresión aritmética que consta de 49 términos es 28 sabiendo que la diferencia es de 12. Hallar el 1º término y la suma de todos ellos.

$$a_n = a_1 - (n-1)d$$

∴ El 1º término es -548.

$$a_n = 28 - 48 \cdot 12$$

$$a_n = -28 - 576$$

$$a_n = -548$$

∴ La suma de todos los números

$$n = 12.740$$

$$S_{49} = \frac{49}{2} [(2 \cdot -548) + (48 \cdot 12)]$$

$$S_{49} = 24,5 [-1096 + 576]$$

$$S_{49} = 24,5 [-520]$$

$$S_{49} = -12.740$$

3 Hallar la suma de todos los enteros comprendidos entre el 17 y 99

Suma 2378

Entre el 17 y el 99 son 41 pares

$$Q_n = a + (n-1)d$$

$$98 = a + (41-1)2$$

$$98 = a + 40 \cdot 2$$

$$98 = a + 80$$

$$98 - 80 = a$$

$$18 = a$$

$$n = 41$$

$$a = 18$$

$$Q_n = 98$$

$$d = 2$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_n = \frac{41}{2} [2 \cdot 18 + (40)2]$$

$$S_n = 20,5 [36 + 80]$$

$$S_n = 20,5 [116]$$

$$S_n = 2378$$

∴ La suma de los enteros es 2378

5 Hallar el número de términos que se deben tomar de la p.a. 3, 7, 11... para que su suma sea 1275

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \quad \begin{array}{l} a=3 \\ d=4 \\ S_n = 1275 \end{array}$$

$$1275 = \frac{n}{2} [2 \cdot 3 + (n-1)4]$$

$$1275 = \frac{n}{2} [6 + 4n - 4]$$

$$1275 = \frac{6n + 4n^2 + 4n}{2}$$

$$1275 = \frac{6n}{2} + \frac{4n^2}{2} + \frac{4n}{2}$$

$$1275 = 3n + 2n^2 - 2n$$

$$1275 = n + 2n^2$$

$$0 = 2n^2 + n - 1275$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1275)$$

$$\Delta = 1 + 10200$$

$$\Delta = \sqrt{10201}$$

$$\Delta = 101$$

$$x_1 = \frac{-1 + 101}{4}$$

$$x_1 = \frac{100}{4} = 25$$

$$x_2 = \frac{-1 - 101}{4}$$

$$x_2 = \frac{-102}{4} = -25,2$$

No pueden ser negativos el número de términos

El número de términos es 25

6 Hallar tres números en p.a. cuya suma sea 48 y la correspondiente a sus cuadrados 800.

$$a_1 = a \quad \Rightarrow a + (a+d) + (a+2d) = 48$$

$$a_2 = a+d = 16 \quad \Rightarrow 3a + 3d = 48$$

$$a_3 = a+2d \quad \Rightarrow 3(a+d) = 48$$

$$\Rightarrow a+d = \frac{48}{3}$$

3

$$\boxed{a+d = 16}$$

$$12 + 16 + 20 = 48$$

$$12^2 + 16^2 + 20^2 = 800$$

$$144 + 256 + 400 = 800$$

ANÁLISIS: 3º Tema Análisis combinatorio

Los trabajos realizados sobre análisis combinatorio resultaron ser confusos para los alumnos, puesto que solo una pareja logra los objetivos planteados; mientras que el resto solo se dedica a interpretar y plantear los problemas de manera confusa.

Resoluciones de: - Ricardo Ponce

- Hernaldo Santibáñez

1- ¿De cuántas maneras se pueden sentar 6 personas en 6 sillas colocadas una al lado de la otra?

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720.$$

2- Hallar el nº de señales distintas que se pueden hacer con cuatro banderas de colores diferentes izando dos banderas una encima de la otra.

$$\begin{aligned} C_2^4 &= \frac{4!}{(4-2)! \cdot 2!} = \left(\frac{4!}{4} \right) \times 2! = 2 \\ &= 6 \times 2 = 12 \end{aligned}$$

3. Hallan el nº de señales distintas que se pueden realizar con seis banderas de colores diferentes izando tres banderas una en cima de la otra.

$$\left(\frac{6!}{(6-3)! \cdot 3!} \right) \times 3!$$

$$\frac{6!}{3! \cdot 3!} \times 3!$$

$$\frac{720}{36} \times 6 = 120$$

4. ¿De cuántas maneras se puede elegir un presidente, un secretario y un tesorero en un club formado por 12 miembros?

$$\frac{12!}{(12-3)!} = \frac{12!}{9!} = 1320.$$

Talleres:

Nº 8: Miércoles, 11 de abril de 2008

Nº 9: Miércoles, 25 de abril de 2008

Tema: Evaluaciones

Horario: Desde 8:15 hasta 9:20 hrs.

► Objetivo

Medir el trabajo individual en un tiempo determinado

► Presentación de la actividad

Los diferentes métodos de resolución de problemas, nos pueden proporcionar distintos logros la clave esta en la rapidez de razonamiento y un buen planteamiento.

► Trabajo individual

Cada alumno recibe una hoja con los problemas propuestos; los jóvenes deberán trabajar en ellos durante un tiempo específico dado.

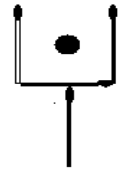
- Reglas en común: - Los alumnos no pueden borrar los razonamientos realizados.
- La resolución debe ser individual.

► Cierre y Conclusiones:

Una actividad de este tipo deja entre ver las falencias y temores de los alumnos. Aquellos que en un trabajo en clases rinden bien en actividades bajo presión no logran visualizar de manera correcta los enunciados; otros sin embargo, plantean procedimientos destacables.

Evaluación parcial n° 1

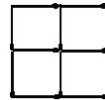
1) En la figura mover solo 2 palitos para que el círculo quede fuera y la copa en otro lugar.



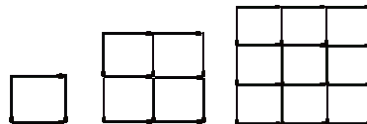
2) Se da una vaca construida con palos de fosforo. Frente a ella observamos como con un palo de fosforo una bala intenta alcanzarla y herirla. Mueve dos palos de fosforo para que la bala no impacte a la vaca



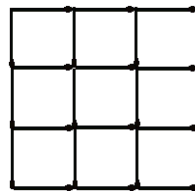
3) desplazando solo 4 palitos forme solo 2 cuadrados



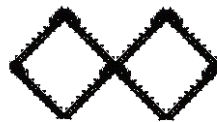
4) ¿Cuántos palitos de fosforo son necesarios para formar la figura de la posición 10?



5) Quite 8 palitos y deje solo 2 cuadrados.



6) ¿Cuántos palitos como mínimo se debe agregar para formar 5 rombos?

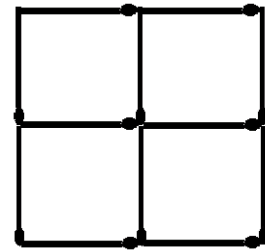


7) ¿Cuántos fósforos debemos mover para formar 7 triángulos?

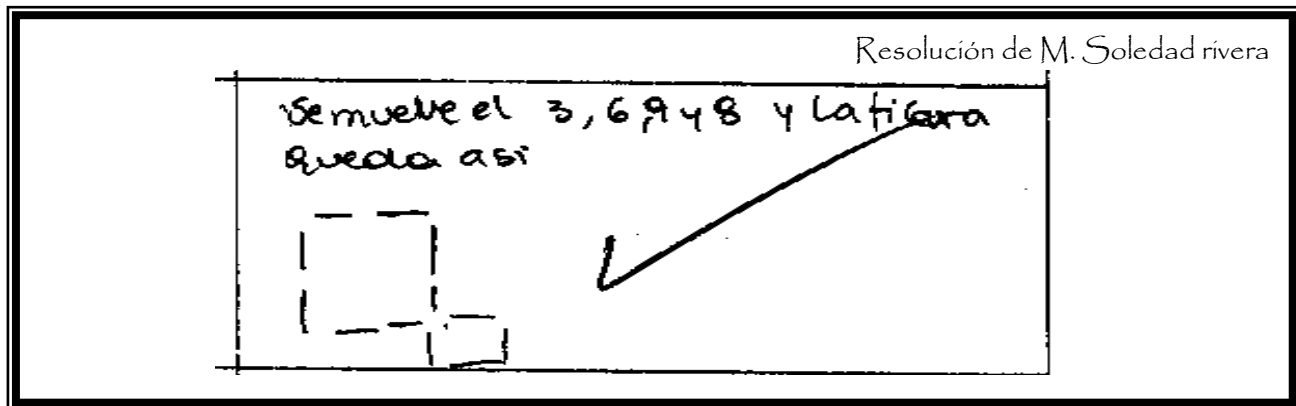


3) desplazando solo 4 palitos forme solo 2 cuadrados

Este problema tiene buena recepción, pues un 92% de los jóvenes lo resuelven, planteando distintas formas de hacerlo.

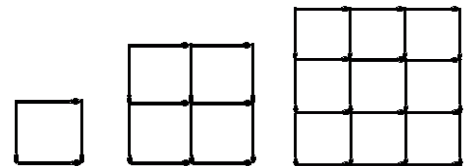


Ejemplos de las resoluciones

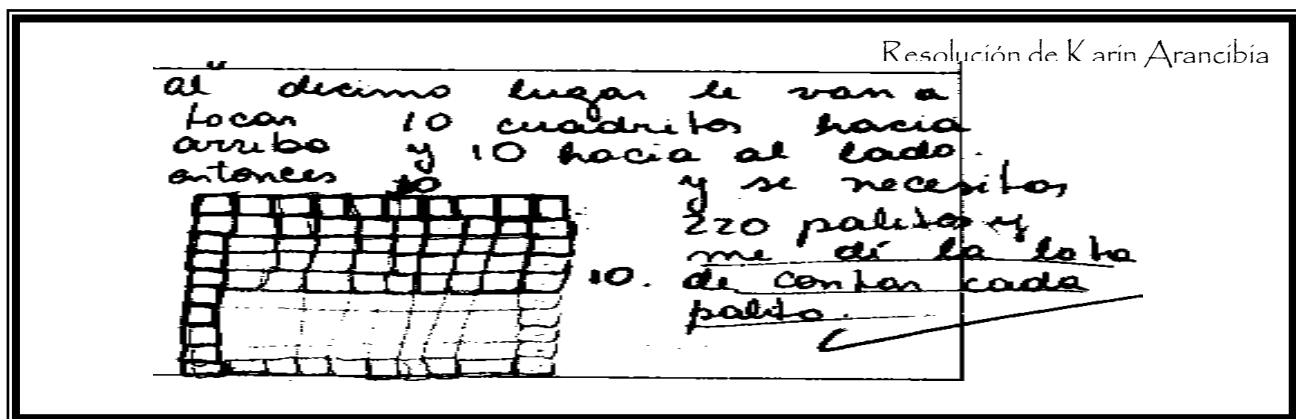


4) ¿Cuántos palitos de fosforo son necesarios para formar la figura de la posición 10?

Este problema sí que logró confundir a los estudiantes, un 50% de ellos entienden y toman precaución a la hora de establecer una forma de solucionar el problema, un 23% intenta plantear un procedimiento, pero se equivocan al no considerar ciertos palitos que deben ser contados; el resto, es decir un 27% de los jóvenes no entienden la pregunta.

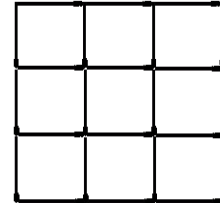


Ejemplos de las resoluciones



5) Quite 8 palitos y deje solo 2 cuadrados.

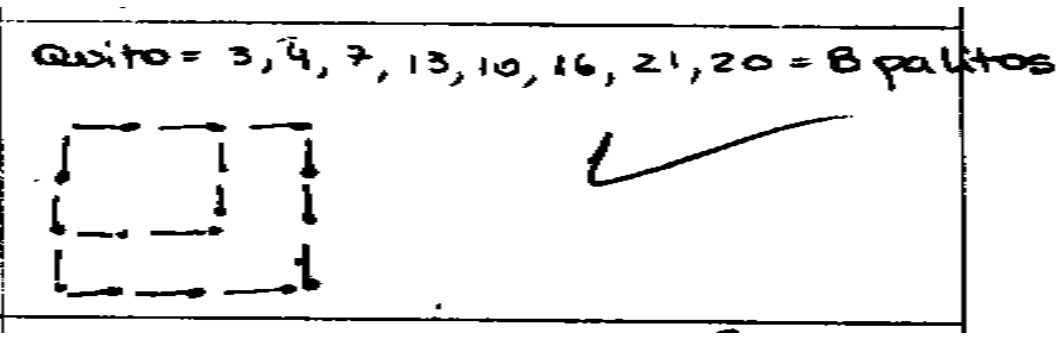
Este es un problema que no presenta gran dificultad, pues se presentan variadas formas de resolverlo, formas que se encuentran al alcance de los estudiantes, quienes no tienen problemas ni para entender y solucionar el problema.



Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Mauro Mondaca

Quite = 3, 4, 7, 13, 10, 16, 21, 20 = 8 palitos



6) ¿Cuántos palitos como mínimo se debe agregar para formar 5 rombos?

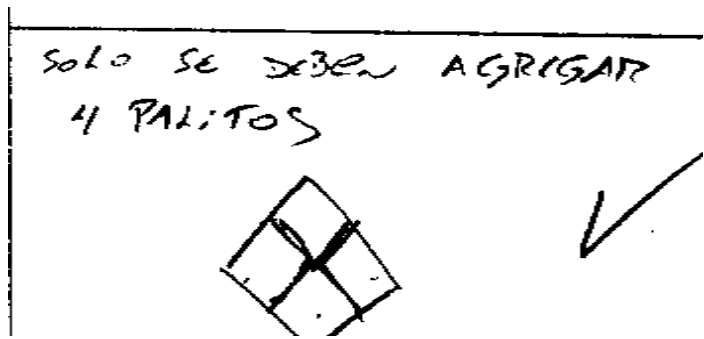
A pesar de que este problema para un 78% de los alumnos resulto muy fácil resolver el 22% restante no se percató de la existencia del rombo grande, el que contiene a los cuatro rombos pequeños.



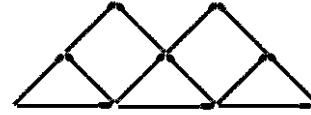
Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Manuel Villalón

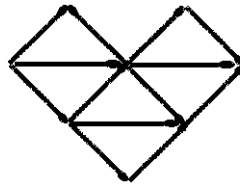
Solo se deben AGRIGAR
4 PALITOS



7) ¿Cuántos fósforos debemos mover para formar 7 triángulos?
Este problema no es resuelto, los alumnos no logran entender la propuesta.



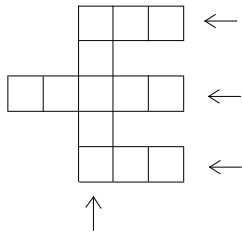
Una propuesta...



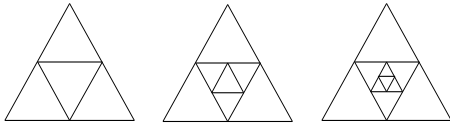
Evaluación parcial n°2

Nota: Los ejercicios evaluados en esta oportunidad corresponden a ejercicios ya planteados en guías anteriores, que no han sido resueltos.

1) Ubique los números del 1 al 13 tal que la suma de las filas indicadas sea la misma.



2) Hallar el número de triángulos que corresponden a la figura 20

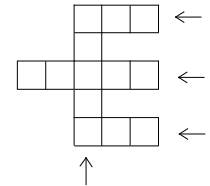


3) Si: $\overline{mnpqr} \cdot (99) = \dots 77232$

Hallar: $m + n + p + q + r$

ANÁLISIS: Evaluación parcial n°2

1) Ubique los números del 1 al 13 tal que la suma de las filas indicadas sea la misma.



En esta oportunidad este ejercicio tuvo una gran acogida por parte de los alumnos, pues un 70,6% de los alumnos asistentes al taller resolvieron el problema; planteándose 4 soluciones distintas.

- El 50% de los alumnos sumaron por cada fila 28.
- El 8,3% de los alumnos sumaron por cada fila 27.
- El 8,3% de los alumnos sumaron por cada fila 26.
- El 16,7% de los alumnos sumaron por cada fila 25.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Cindy Godoy

	10	5	13	
	4			
1	11	2	6	8
	3			
	9	7	12	

1 (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)
11 (12) (13)

Fui colocando los números más grandes en los esquinas para rellenar con los pequeños

Resolución de Manuel Villalón

Ubique los números del 1 al 13 tal que la suma de las filas indicadas sea la misma

$S = 25$

	2	12	11	
	6			
9	7	3	5	1
	10			
	4	8	13	

Resolución de Kony Silva

numeros de 1-13 tal ke la suma de las filas indicadas sea la misma.

8	5	13	← 26		
2					
11	2	4	3	9	← 26
6					
4	10	12	← 26		

$8 + 5 + 13 = 26$
 $4 + 10 + 12 = 26$
 $8 + 7 + 1 + 6 + 4 = 26$
 $11 + 2 + 1 + 3 + 9 = 26$

ensayo y error 13/12

Resolución de Valesca Zamora

5	12	10	← 27		
4					
13	2	1	3	8	← 27
6					
11	9	7	← 27		

El metodo utilizado fue por ensayo primero ubique los n° mayores lo me que pueda y luego fue haciendo la suma

2) Hallar el número de triángulos que corresponden a la figura 20
En este ejercicio solo un 59% de los alumnos contestan y plantean bien el ejercicio dado.



Ejemplos de las resoluciones

Resolución de María Rivera

② Hallar el número de Triángulos en la figura 20:




FIG 1
5




FIG 2
5 + 4
= 4 + 4 = 1

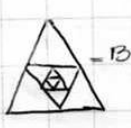



FIG 3.
5 + 4 + 4
5 + 4 = 2



5 + 4 + 4 + 4
5 + 4 = 4

Progresión Aritmética

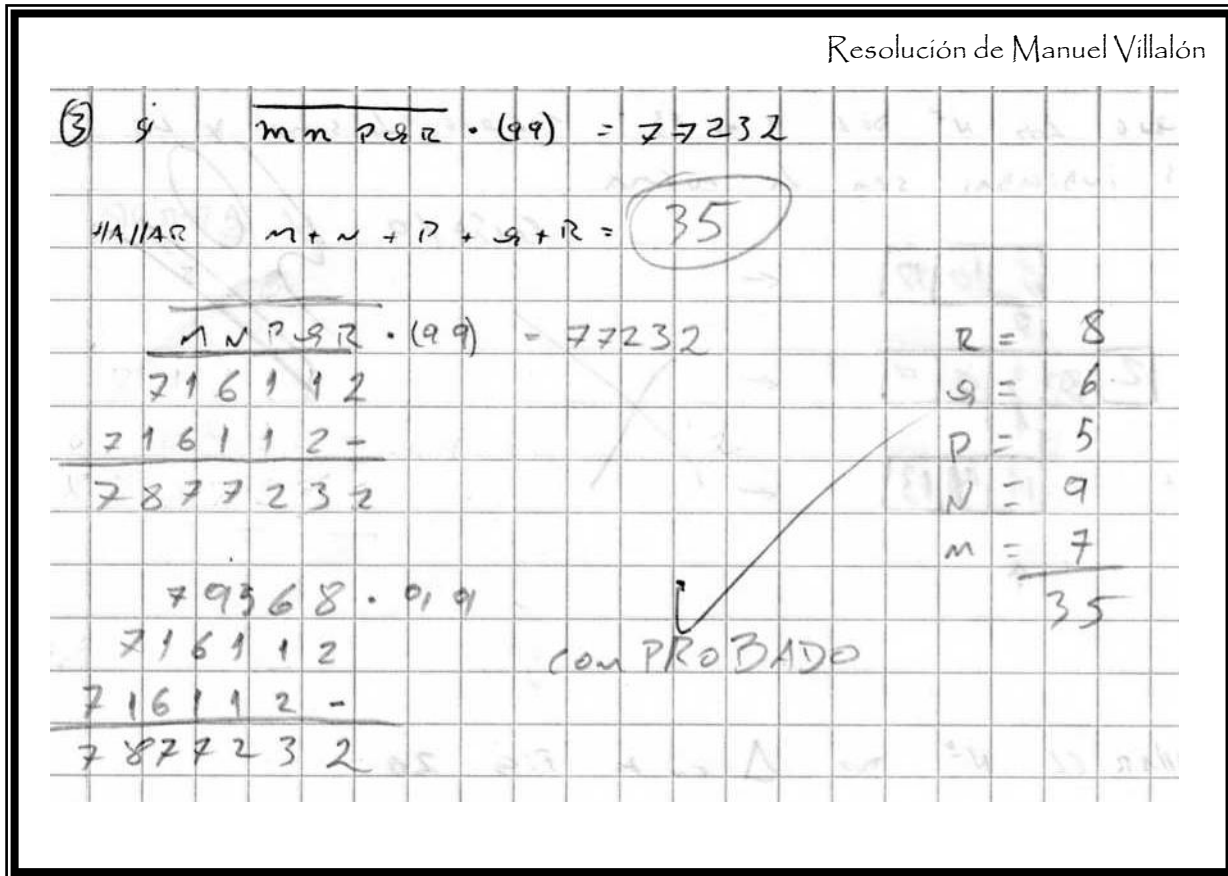
$$\left. \begin{array}{l} a + d(n-1) \\ a = 5 \quad d = 4 \end{array} \right\}$$

3) Si: $\overline{mnpqr} \cdot (99) = \dots 77232$ Hallar: $m + n + p + q + r$

Al igual que en el ejercicio n° 1, aquí los alumnos que resolvieron y plantearon correctamente este ejercicio fueron un 70,6%.

Ejemplos de las resoluciones

Resolución de Manuel Villalón



③ Si: $\overline{mnpqr} \cdot (99) = 77232$

HALLAR $m + n + p + q + r = 35$

$$\begin{array}{r} \overline{mnpqr} \cdot (99) = 77232 \\ 716112 \\ \underline{716112 -} \\ 7877232 \end{array}$$

$R = 8$
 $S = 6$
 $P = 5$
 $N = 9$
 $m = 7$

 35

$79368 \cdot 019$

$$\begin{array}{r} 716112 \\ \underline{716112 -} \\ 7877232 \end{array}$$

COMPROBADO

Conclusión

Una vez analizado todos los resultados obtenidos mediante las actividades propuestas en los talleres y en las ideas mencionadas anteriormente podemos inferir que la debilidad que presentada por la mayoría de los alumnos que comienzan con el estudio de la matemática, es que al no tener números en un ejercicio se bloquean, lo que conlleva a que no tengan un buen desempeño al resolver un ejercicio de esta naturaleza.

Las estadísticas anteriores representan en cierta manera esta realidad, pero debemos dejar en claro que hay alumnos que se destacan por sus respuestas, aunque al empezar este proyecto estos mismos presentaban gran dificultad y preocupación por no poder resolver un problema en su totalidad. Algunos alumnos aprovecharon en su totalidad este taller, lo cual les creo un crecimiento en ver los problemas de otra manera.

Finalmente, cabe observar que dado a que los alumnos fueron evaluados de manera formativa muchos de ellos no asistieron al total de las sesiones, lo que deja entre ver una falta de compromiso tanto con la formación matemática, como con el trabajo que implica desarrollar un taller como este; perdiendo así la oportunidad de adquirir nuevas herramientas cognitivas.