



# Logaritmos

# Aprendizajes esperados

- Reconocer la definición de logaritmo.
- Calcular logaritmos por medio de la definición.
- Reconocer las propiedades de logaritmos.
- Aplicar propiedades de logaritmos en la resolución de ejercicios.

# Contenidos

Definición

Logaritmo de base  
10

Logaritmo de la  
base

Logaritmo de la  
raíz

**Logaritmos**

Logaritmo de la  
multiplicación

Logaritmo de la  
potencia

Logaritmo de la  
división

# 1. Definición de logaritmo



Un logaritmo es de la forma:

$$\log_a(b) = n \iff a^n = b, \text{ con } b > 0, a > 0 \text{ y } a \neq 1$$

donde “**n** es el logaritmo de **b** en base **a**”

Un logaritmo nos permite responder: ¿Cuál es el exponente **n** al cual debemos elevar una base **a** para obtener un resultado **b**?

## 2. Cálculo de logaritmos



Para determinar el valor de un logaritmo, es recomendable escribir la igualdad asociada a la potencia correspondiente.

$$\log_a(b) = n \iff a^n = b$$

### Ejemplos:

$$1) \log_2(8) = x \iff 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$$

Por lo tanto,  $\log_2(8) = 3$

$$2) \log_3(9) = x \iff 3^x = 9 \Rightarrow x = 2$$

Por lo tanto,  $\log_3(9) = 2$

## 2. Cálculo de logaritmos



$$3) \log_4(64) = x \Leftrightarrow 4^x = 64 \Rightarrow x = 3$$

Por lo tanto,  $\log_4(64) = 3$

$$4) \log_{10}(0,1) = x \Leftrightarrow 10^x = 0,1 \Rightarrow x = -1$$

Por lo tanto,  $\log_{10}(0,1) = -1$

$$5) \log_2(16) = x \Leftrightarrow 2^x = 16 \Rightarrow x = 4$$

Por lo tanto,  $\log_2(16) = 4$

### 3. Logaritmo de base 10



Si en un logaritmo no aparece indicada la base, entonces la base es 10.

$$\log (b) = n \Leftrightarrow \log_{10}(b) = n$$

#### Ejemplos:

$$1) \log (100) = x \Leftrightarrow \log_{10}(100) = x \Leftrightarrow 10^x = 100 \Rightarrow x = 2$$

Por lo tanto,  $\log (100) = 2$

$$2) \log (0,001) = x \Leftrightarrow \log_{10}(0,001) = x \Leftrightarrow 10^x = 0,001 \Rightarrow x = -3$$

Por lo tanto,  $\log (0,001) = -3$

## 4. Propiedades de logaritmos



### 4.1. Logaritmo de la base

$$\log_a (a) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a^1 = a$$

**Ejemplo:**

$$1) \quad \log_8 (8) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 8^1 = 8$$

$$2) \quad \log (10) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 10^1 = 10$$

# 4. Propiedades de logaritmos



## 4.2. Logaritmo de la unidad

$$\log_a(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a^0 = 1$$

**Ejemplo:**

$$1) \quad \log_2(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2^0 = 1$$

$$2) \quad \log(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 10^0 = 1$$

## 4. Propiedades de logaritmos



### 4.3. Logaritmo de la multiplicación

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a (b) + \log_a (c)$$

#### Ejemplo:

$$1) \quad \log (200) = \log (2 \cdot 100) = \log (2) + \log (100) = \log (2) + 2$$

$$2) \quad \log_8(2) + \log_8(4) = \log_8(2 \cdot 4) = \log_8(8) = 1$$

$$\log_a (b \cdot c) \neq \log_a (b) \cdot \log_a (c)$$

$$\log_a (b + c) \neq \log_a (b) + \log_a (c)$$

## 4. Propiedades de logaritmos



### 4.4. Logaritmo de la división

$$\log_a (b : c) = \log_a (b) - \log_a (c)$$

**Ejemplo:**

$$1) \quad \log_2 \left( \frac{1}{8} \right) = \log_2 (1) - \log_2 (8) = 0 - 3 = -3$$

$$2) \quad \log_3 (21) - \log_3 (7) = \log_3 (21 : 7) = \log_3 (3) = 1$$

$$\log_a (b : c) \neq \log_a (b) : \log_a (c)$$

$$\log_a (b - c) \neq \log_a (b) - \log_a (c)$$

## 4. Propiedades de logaritmos



### 4.5. Logaritmo de la potencia

$$\log_a (b)^n = n \cdot \log_a (b)$$

**Ejemplo:**

$$1) \quad \log_2 \left( \frac{1}{8} \right) = \log_2 (8^{-1}) = -1 \cdot \log_2 (8) = -1 \cdot 3 = -3$$

2) Si  $\log_2 (3) = m$ , entonces  $\log_2 (81)$  :

$$\log_2 (81) = \log_2 (3^4) = 4 \cdot \log_2 (3) = 4m$$

## 4. Propiedades de logaritmos



### 4.6. Logaritmo de la raíz

$$\log_a \sqrt[n]{b^m} = \frac{m}{n} \cdot \log_a (b)$$

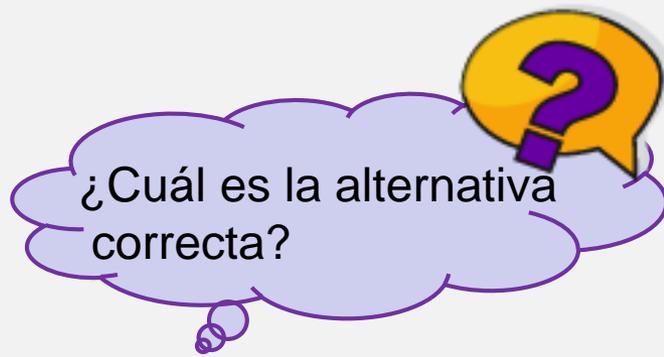
**Ejemplo:**

$$(1) \log_7 \sqrt[3]{2} = \frac{1}{3} \cdot \log_7 (2)$$

# Apliquemos nuestros conocimientos

1.  $\log_2 32 + \log_3 27 - \log_4 16 =$

- A) 21
- B) 10
- C) 7
- D) 6
- E) 3



# Apliquemos nuestros conocimientos

## Resolución:

$$\log_2 32 + \log_3 27 - \log_4 16 =$$

Resolviendo cada logaritmo por separado, mediante la igualdad asociada a la potencia correspondiente, tenemos:

$$\log_2 32 = x \Leftrightarrow 2^x = 32 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \log_2 32 = 5$$

$$\log_3 27 = x \Leftrightarrow 3^x = 27 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \log_3 27 = 3$$

$$\log_4 16 = x \Leftrightarrow 4^x = 16 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \log_4 16 = 2$$

Luego, reemplazando:

$$\log_2 32 + \log_3 27 - \log_4 16 = 5 + 3 - 2 = 6$$



**Habilidad: Aplicación**

# Apliquemos nuestros conocimientos

2.  $\log 5.000 - \log 2,5 =$

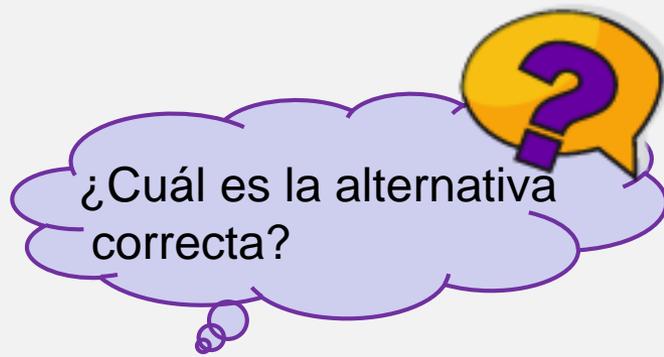
A)  $2 \cdot \log 5 + \log 2$

B)  $4 - 3 \cdot \log 5$

C)  $4 + \log 5$

D)  $3 \cdot \log 2$

E)  $3 + \log 2$



# Apliquemos nuestros conocimientos

## Resolución:

$$\log 5.000 - \log 2,5 = \quad (\text{aplicando logaritmo de la división})$$

$$\log (5.000 : 2,5) = \quad (\text{resolviendo})$$

$$\log 2.000 = \quad (\text{escribiendo como multiplicación})$$

$$\log (2 \cdot 1.000) = \quad (\text{aplicando logaritmo del producto})$$

$$\log 2 + \log 1.000 = \quad (\text{resolviendo})$$

$$\log 2 + 3$$



**Habilidad: Aplicación**

# Apliquemos nuestros conocimientos

3.  $\log ( 10x^4 \cdot y^{-3} ) =$

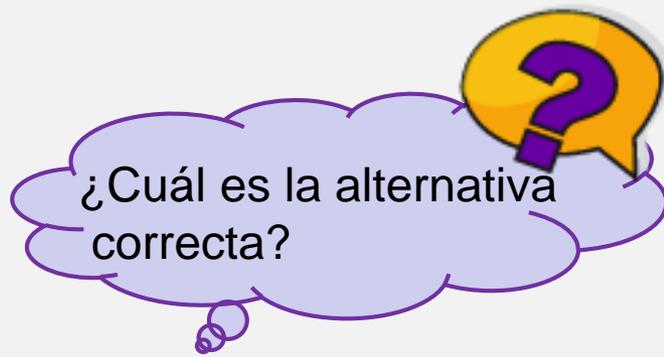
A)  $1 - 7 \cdot \log (xy)$

B)  $1 + 4 \cdot \log x - 3 \cdot \log y$

C)  $-\frac{4}{3} \cdot (\log 10x + \log y)$

D)  $\frac{4 \cdot \log 10x}{-3 \cdot \log y}$

E)  $(4 \cdot \log x) \cdot (-3 \cdot \log y)$



# Apliquemos nuestros conocimientos

## Resolución:

$$\log ( 10x^4 \cdot y^{-3} ) = \quad \text{(aplicando logaritmo del producto)}$$

$$\log 10 + \log x^4 + \log y^{-3} = \quad \text{(aplicando logaritmo de potencia)}$$

$$\log 10 + 4 \cdot \log x - 3 \cdot \log y = \quad \text{(resolviendo)}$$

$$1 + 4 \cdot \log x - 3 \cdot \log y$$



**B**

**Habilidad: Aplicación**

# Apliquemos nuestros conocimientos

4. Si  $5 \cdot \log_2 x^3 = n$ , con  $x$  un número positivo, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** al valor de  $x$ ?

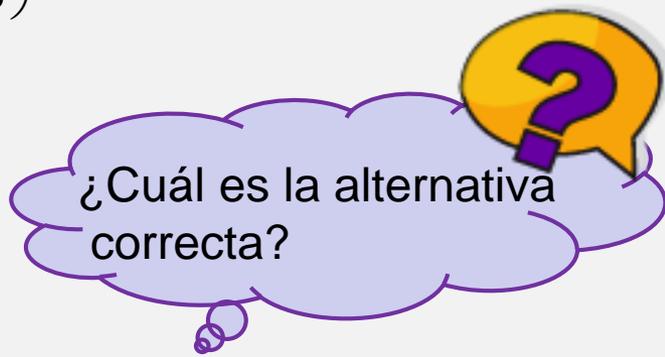
A)  $\sqrt[n]{2}$

B)  $2^{\frac{n}{15}}$

C)  $2^{\frac{n}{5}}$

D)  $\sqrt[5]{\left(\frac{2}{3}\right)^n}$

E)  $\left(\frac{2}{3}\right)^n$



# Apliquemos nuestros conocimientos

## Resolución:

$$5 \cdot \log_2 x^3 = n$$

(aplicando logaritmo de la potencia)

$$3 \cdot 5 \cdot \log_2 x = n$$

(multiplicando)

$$15 \cdot \log_2 x = n$$

(despejando el logaritmo)

$$\log_2 x = \frac{n}{15}$$

(escribiendo como potencia)

$$2^{\frac{n}{15}} = x$$

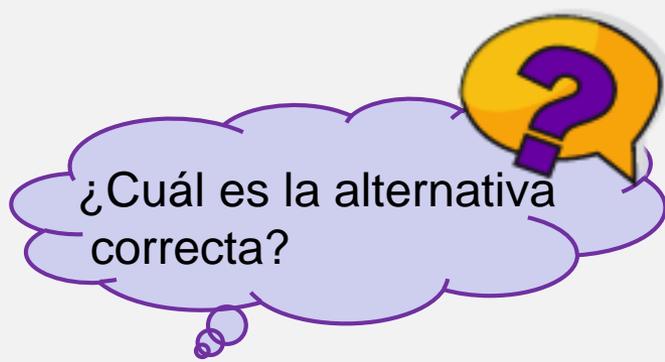


**Habilidad: Aplicación**

# Apliquemos nuestros conocimientos

5. Dada la siguiente igualdad  $\log_3 \sqrt[n]{9} = m$ , con **n** un número natural, el valor de **n** en función de **m** es:

- A)  $\frac{2}{m}$
- B)  $2m$
- C)  $m^2$
- D)  $\sqrt{m}$
- E)  $3^m$



# Apliquemos nuestros conocimientos

## Resolución:

$$\log_3 \sqrt[n]{9} = m$$

(aplicando logaritmo de raíz)

$$\frac{1}{n} \cdot \log_3 9 = m$$

(como  $\log_3 9 = 2$ , reemplazamos)

$$\frac{1}{n} \cdot 2 = m$$

(multiplicando por n)

$$2 = m \cdot n$$

(despejando n)

$$\frac{2}{m} = n$$

**A**

**Habilidad: Aplicación**