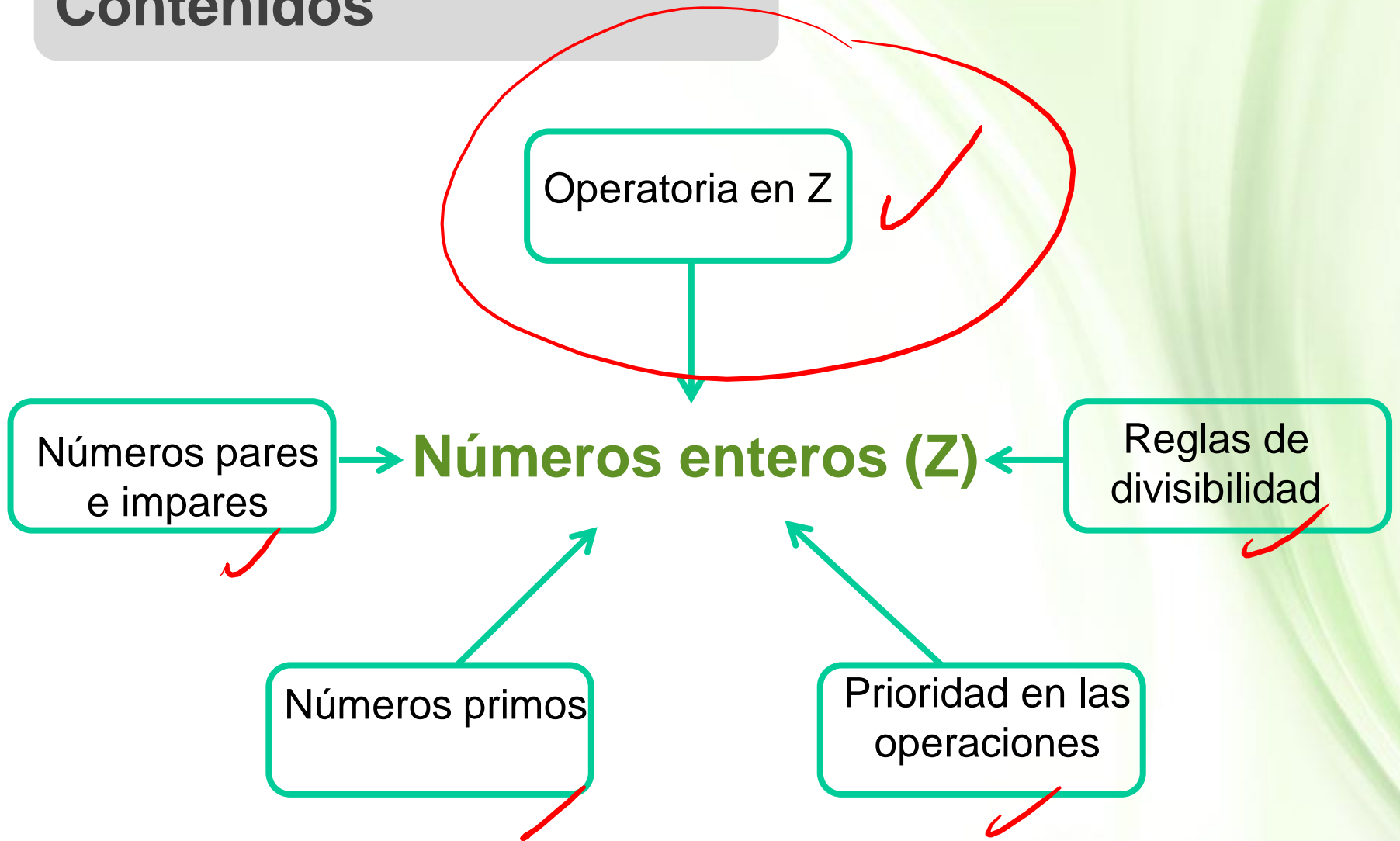


Clase N°1: Operatoria en \mathbb{Z}



Contenidos



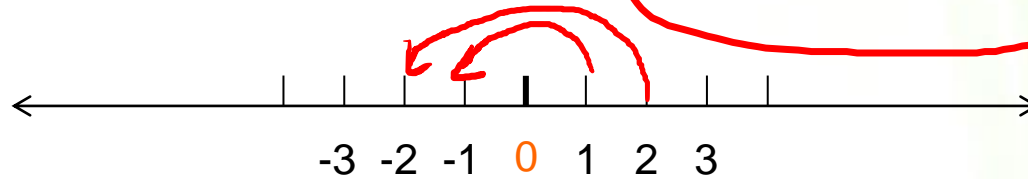
Números enteros (\mathbb{Z})

Conjunto de la forma:

$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, infinito, ordenado y discreto.

Se puede representar como:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$



$$\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} = \mathbb{Z}$$

Números enteros (Z)

Recordemos que:

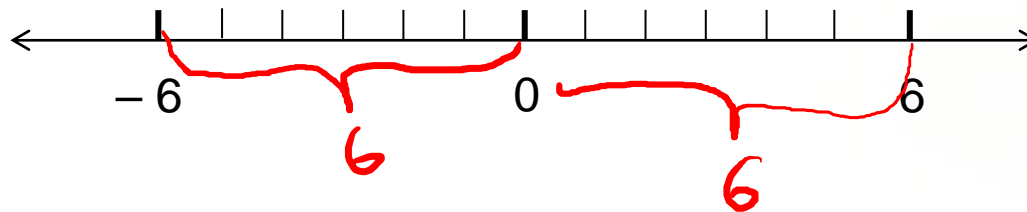
Valor absoluto: En la recta numérica es la distancia del número al cero, por lo tanto, **siempre** es positivo o cero.

Ejemplo:

La distancia del 6 al origen es seis unidades, igual que la distancia del -6 al origen.

La notación es:

$$|6| = 6 \text{ y } |-6| = 6$$



Adición

Si a y b son números enteros, entonces se cumple que:

a) Al sumar enteros **de igual signo**, se suman los números y el signo se mantiene.



Ejemplo:

$$\underline{+38} + \underline{+5} = \textcircled{+}43$$

$$\textcircled{-}3 + \textcircled{-}7 = \textcircled{-}10$$

b) Al sumar enteros de **distinto signo**, se calcula la diferencia entre sus valores absolutos, conservando el signo del que tiene mayor valor absoluto.



Ejemplo:

$$\overset{(-)}{-}15 + \overset{(+)}{+}3 = -12 \quad \checkmark$$

$$\overset{(+)}{+}87 + \overset{(-)}{-}6 = +81 \quad \checkmark$$

Sustracción

Si a y b son números enteros, entonces se cumple que:

Al restar dos enteros, se debe sumar al minuendo el inverso aditivo del sustraendo.

- Caso 1:

$$a \ominus b = a \oplus \underline{-b}$$

Minuendo *Sustraendo*

a *b*

Ejemplo:

$$17 \ominus \underline{20} = 17 \oplus \underline{-20} = -3$$

- Caso 2:

$$a \ominus (-b) = a \oplus \underline{b}$$

Ejemplo:

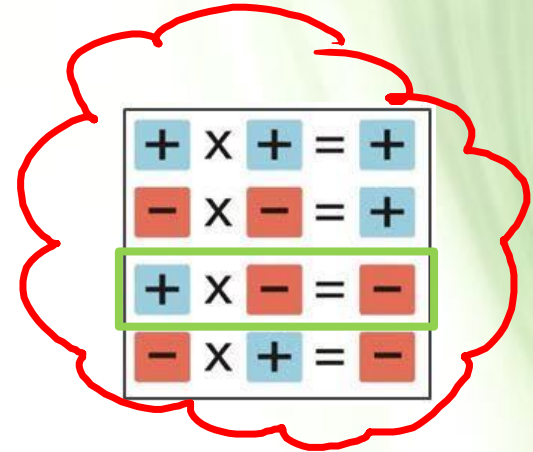
$$23 - (-10) = 23 + 10 = 33$$

Resumen

Multiplicación de números enteros

- Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$4 \cdot (-12) = - 48$$



Multiplicación de números enteros

- Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$-3 \cdot (-2) = 6$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



Multiplicación de números enteros

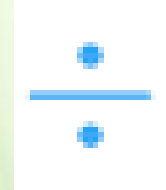
- Resuelve las siguientes multiplicaciones:

$$-4 \cdot (7) = -28$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-

División de números enteros

- Resuelve las siguientes divisiones:

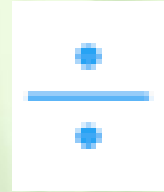


$$12 : (-4) = -3$$

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-

División de números enteros

- Resuelve las siguientes divisiones:



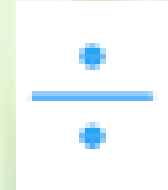
$$-12 : (-2) = 6$$

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-



División de números enteros

- Resuelve las siguientes divisiones:



$$-14 : (7) = -2$$

+	÷	+	=	+
-	÷	-	=	+
+	÷	-	=	-
-	÷	+	=	-

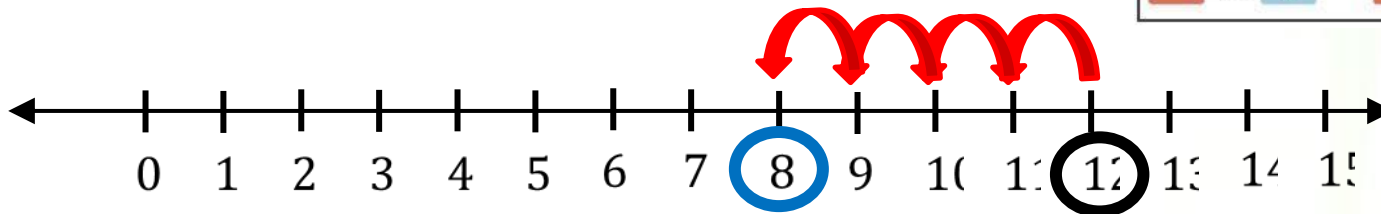
Adición de números enteros



- Resuelve las siguientes adiciones:

$$12 + (-4) = 12 - (4) = 8$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



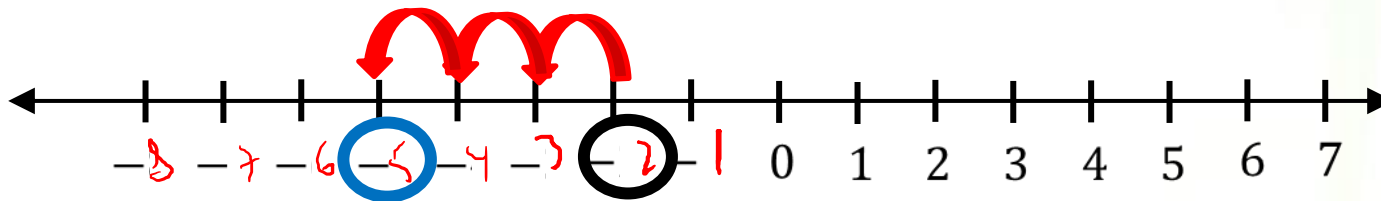
Adición de números enteros



- Resuelve las siguientes adiciones:

$$-2 + (-3) = -2 - (3) = -5$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



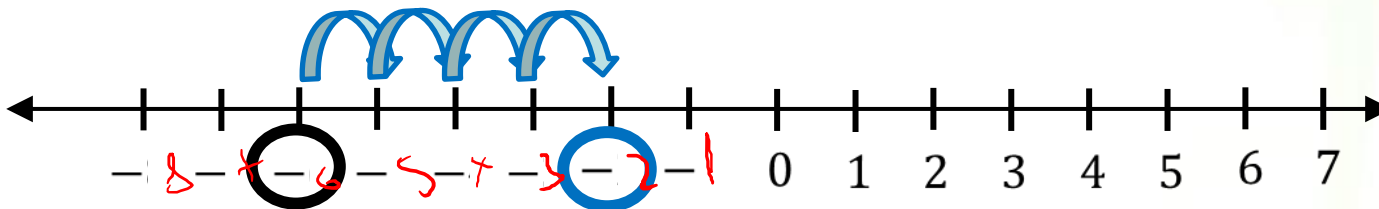
Adición de números enteros



- Resuelve las siguientes adiciones:

$$-6 = (-4) = -6 + (4) = -2$$

+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-



Números enteros (\mathbb{Z})

Recordemos que:

El antecesor de un número n es $n - 1$

El sucesor de un número n es $n + 1$ ✓

Ejemplo:

El antecesor de 17 es:
 $17 - 1 = 16$

El antecesor de -13 es:
 $-13 - 1 = -14$

Ejemplo:

El sucesor de 29 es:
 $29 + 1 = 30$

El sucesor de -37 es:
 $-37 + 1 = -36$

Multiplicación

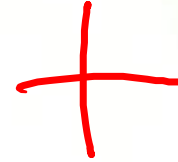
Si a y b son números enteros, entonces se cumple que:

a) Al multiplicar dos enteros **de igual signo**, el producto entre ellos es positivo.

Ejemplo:

$$12 \cdot 3 = + 36 = 36$$

$$- 13 \cdot - 5 = + 65 = 65$$



b) Al multiplicar dos enteros **de distinto signo**, el producto entre ellos es negativo.

Ejemplo:

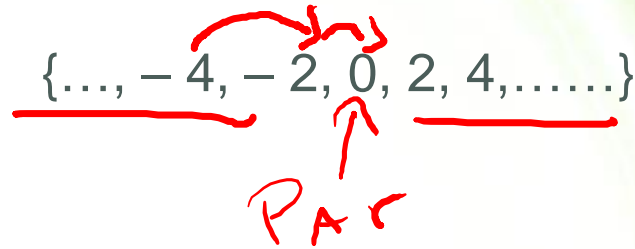
$$15 \cdot - 8 = - 120$$

$$- 9 \cdot 12 = - 108$$



Números pares

Son de la forma $2n$, con n perteneciente a los enteros.

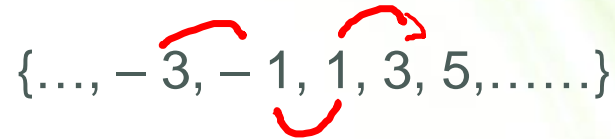
$$\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$


Sucesor par: Se obtiene sumando 2 al número. Si el número es $2n$, entonces su sucesor par es $2n + 2$.

Antecesor par: Se obtiene restando 2 al número. Si el número es $2n$, entonces su antecesor par es $2n - 2$.

Números impares

Son de la forma $2n + 1$, con n perteneciente a los enteros.

$$\{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$
The diagram shows the set notation for odd integers. Red curved arrows are drawn above the numbers -3, -1, 1, and 3, pointing from each number to the next one in the sequence. This illustrates that each odd number is 2 units greater than the previous one.

Sucesor impar: Se obtiene sumando 2 al número. Si el número es $2n + 1$, entonces su sucesor impar es $2n + 3$.

Antecesor impar: Se obtiene restando 2 al número. Si el número es $2n + 1$, entonces su antecesor impar es $2n - 1$.

División

Si a y b son números enteros, entonces se cumple que:

a) Al dividir dos enteros **de igual signo**, el cociente entre ellos es positivo.

Ejemplo:

$$27 : 9 = + 3 = 3$$

$$- 45 : - 3 = +15 = 15$$



b) Al dividir dos enteros **de distinto signo**, el cociente entre ellos es negativo.

Ejemplo:

$$72 : - 9 = - 8$$

$$- 104 : 4 = - 26$$



Reglas de divisibilidad

- Un número es **divisible por 2** si su última cifra es par ó 0.

Ejemplo:

42 y 10 son divisibles por 2.

- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Ejemplo:

84 es divisible por 3, ya que 8 + 4 es 12.

$$\begin{array}{r} 12:3 = 4 \\ 0// \end{array}$$

- Un número es **divisible por 5** si su última cifra es 0 ó 5.

Ejemplo:

135 y 250 son divisibles por 5.

Reglas de divisibilidad

- Un número es **divisible por 6** si es divisible por 2 y por 3 a la vez.

Ejemplo:

426 es divisible por 3, ya que $4 + 2 + 6 = 12$, además, 426 es divisible por 2, entonces es divisible por 6. ✓

- Un número es **divisible por 10** si su última cifra es 0.

Ejemplo:

1.380 es divisible por 10.

Números primos

Son aquellos números que solo son divisibles por 1 y por sí mismos.

{2, 3, 5, 7, 11, ...}

Ejemplo:

49 no es primo ya que es divisible por 1, por 7 y por 49.

23 es primo ya que solo es divisible por 1 y por 23.

El 1 no es primo

Prioridad de las operaciones

El orden para aplicar las operaciones en un ejercicio que involucre paréntesis, sumas, restas, multiplicaciones y divisiones es:

1° Paréntesis, de los interiores a los exteriores.

2° Potencias.

3° Multiplicación y División (de izquierda a derecha).

4° Adición y Sustracción, de izquierda a derecha.

PA

PO

MUD

AS

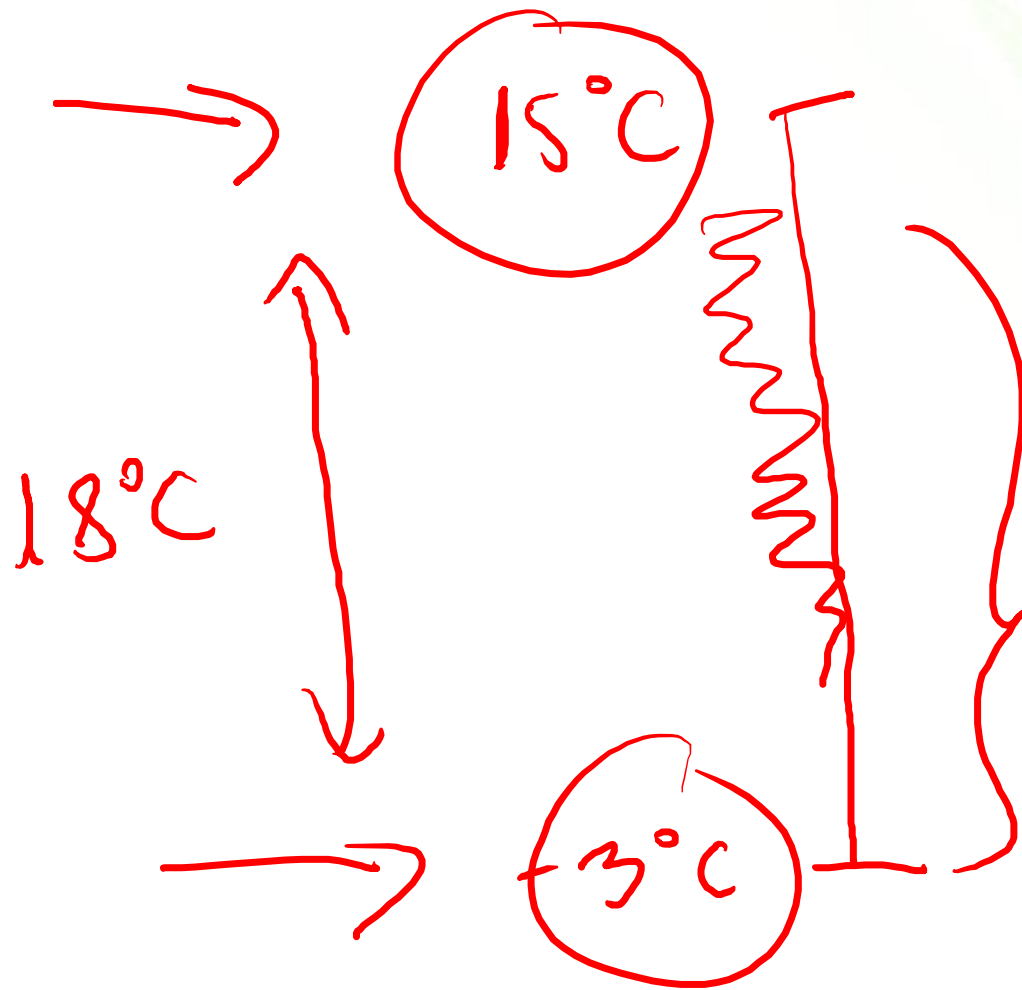
PA PO MU DAS

Recordemos que:

PAPOMUDAS se utiliza para realizar estos ejercicios

www.victormoreno.jimdo.com





$$15 - (-3) =$$
$$15 + 3 = 18$$

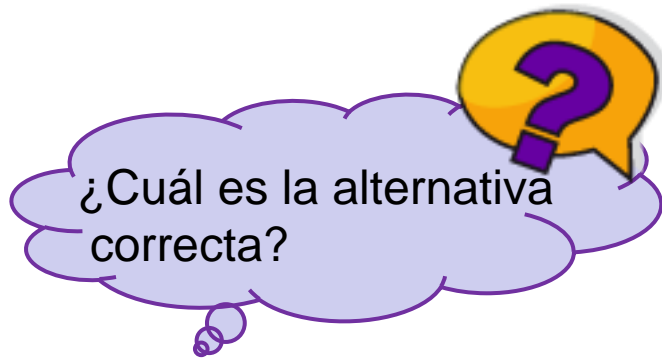
Ejemplo

$$\begin{aligned} & -5 + (11 \cdot 8 - (3 + 35 : 7 - 2)) = \\ & -5 + (88 - (3 + 5 - 2)) = \\ & -5 + (88 - (8 - 2)) = \\ & -5 + (88 - (6)) = \\ & -5 + (88 - 6) = \\ & -5 + (82) = \\ & -5 + 82 = \\ & 77 \end{aligned}$$

Apliquemos nuestros conocimientos

1. Si al entero 8 le restamos el entero (-2) y luego le restamos el entero 15, se obtiene

- A) 21
- B) 9
- C) 5
- D) -5
- E) -9



Apliquemos nuestros conocimientos

1. Si al entero 8 le restamos el entero (-2) y luego le restamos el entero 15, se obtiene

- A) 21
- B) 9
- C) 5
- D) -5
- E) -9



Habilidad: Aplicación

Resolución:

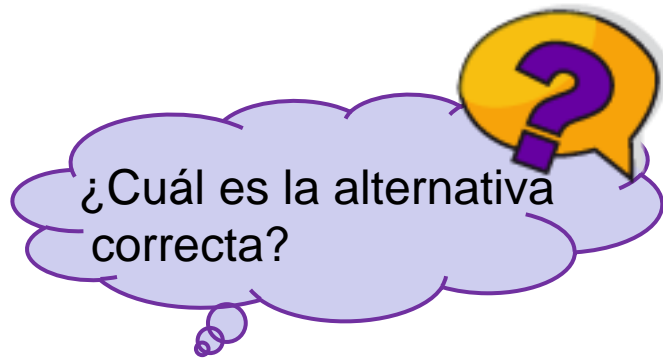
Si al entero 8 le restamos el entero (-2) y luego le restamos el entero 15, se expresa como:

$$\begin{aligned} 8 - (-2) - 15 &= && \text{(Eliminando paréntesis)} \\ 8 + 2 - 15 &= && \text{(Resolviendo)} \\ 10 - 15 &= \\ -5 & \end{aligned}$$

Apliquemos nuestros conocimientos

2. $38 - 38 : [(-56) : 28] =$

- A) 57
- B) 19
- C) 0
- D) -2
- E) Ninguno de los valores anteriores.



Apliquemos nuestros conocimientos

2. $38 - 38 : [(-56) : 28] =$

- A) 57
- B) 19
- C) 0
- D) -2
- E) Ninguno de los valores anteriores.



Habilidad: Aplicación

Resolución:

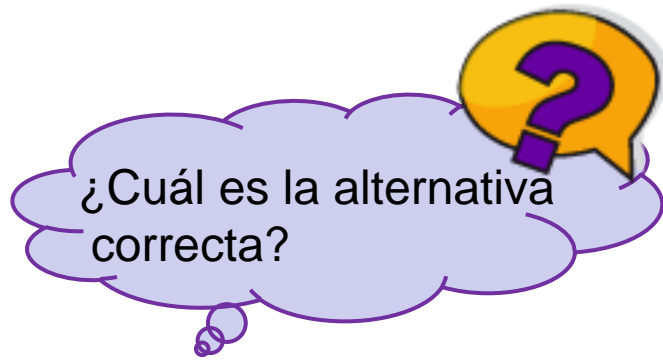
$$\begin{aligned} 38 - 38 : [(-56) : 28] &= \\ 38 - 38 : [(-2)] &= \\ 38 - 38 : (-2) &= \\ 38 + 19 &= \\ 57 & \end{aligned}$$

(Resolviendo el paréntesis)
(Eliminando el paréntesis)
(Resolviendo la división)
(Sumando)

Apliquemos nuestros conocimientos

3. $7 - (-2) \cdot (-3) + 9 : 3 =$

- A) - 24
- B) - 6
- C) 4
- D) 9
- E) 16



Apliquemos nuestros conocimientos

3. $7 - (-2) \cdot (-3) + 9 : 3 =$

- A) - 24
- B) - 6
- C) 4
- D) 9
- E) 16



Habilidad: Aplicación

Resolución:

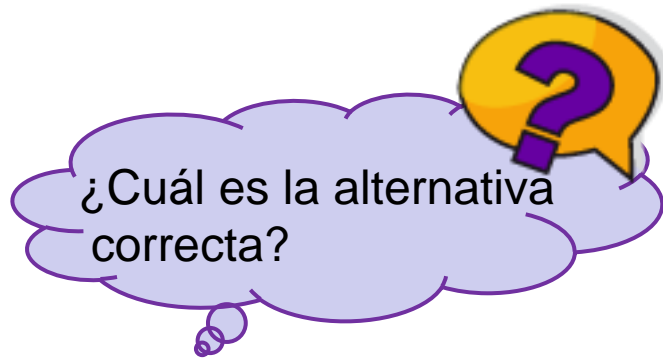
$$\begin{aligned}7 - (-2) \cdot (-3) + 9 : 3 &= \\7 + 2 \cdot (-3) + 9 : 3 &= \\7 + -6 + 3 &= \\4 &= \end{aligned}$$

(Eliminando el primer paréntesis)
(Multiplicando y dividiendo)
(Resolviendo)

Apliquemos nuestros conocimientos

4. Un determinado día en Punta Arenas, el termómetro marcó una temperatura mínima de tres grados bajo cero y una temperatura máxima de 4°C . La oscilación térmica de ese día fue

- A) -7°C
- B) -1°C
- C) 1°C
- D) 7°C
- E) ninguna de las temperaturas anteriores.



Apliquemos nuestros conocimientos

4. Un determinado día en Punta Arenas, el termómetro marcó una temperatura mínima de tres grados bajo cero y una temperatura máxima de 4°C . La oscilación térmica de ese día fue

- A) -7°C
- B) -1°C
- C) 1°C
- D) 7°C
- E) ninguna de las temperaturas anteriores.



Habilidad: Aplicación

Resolución:

Para determinar la oscilación térmica, se debe calcular la diferencia entre la temperatura máxima y la temperatura mínima, entonces:

$$\begin{aligned} 4^{\circ}\text{C} - (-3^{\circ}\text{C}) &= && \text{(Eliminando paréntesis)} \\ 4^{\circ}\text{C} + 3^{\circ}\text{C} &= && \text{(Sumando)} \\ 7^{\circ}\text{C} & && \end{aligned}$$

Apliquemos nuestros conocimientos

5. En la siguiente secuencia: 5, 11, 17, 23,; el valor del sexto término menos el doble del valor del quinto término es

- A) – 23
- B) – 17
- C) 621
- D) 957
- E) ninguno de los valores anteriores.

Apliquemos nuestros conocimientos

5. En la siguiente secuencia: 5, 11, 17, 23,; el valor del sexto término menos el doble del valor del quinto término es

- A) – 23
- B) – 17
- C) 621
- D) 957
- E) ninguno de los valores anteriores.



Habilidad: Análisis

Resolución:

5, 11, 17, 23, (A cada número se le suma seis)

5, 11, 17, 23, 29, 35

Entonces, el sexto término menos el doble del quinto término es:

$$35 - 2 \cdot 29 = \quad (\text{Multiplicando})$$

$$35 - 58 =$$

$$- 23$$