Clase N° 1: Potencias

Contenidos

Definición

Signos de una potencia

Propiedades con respecto a la multiplicación y división con igual base

Potencias

Propiedad de una potencia con exponente negativo

Propiedad de una potencia con exponente cero

Propiedad de potencia de una potencia

Propiedades con respecto a la multiplicación y división con igual exponente

Definición de potencia

Corresponde a una multiplicación reiterada de términos o números iguales. El término o número que se va multiplicando, se llama **base**, la cantidad de veces que se multiplica dicha base se llama **exponente** y el resultado se denomina potencia.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\textbf{n factores}}$$

Ejemplos:

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

$$(-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = 64$$

Definición de potencia

¿Cómo se resuelve?

$$4^3 + 5^2 - 3^4 =$$

$$64 + 25 - 81 =$$

$$89 \quad - 81 =$$

$$8$$

Definición de potencia

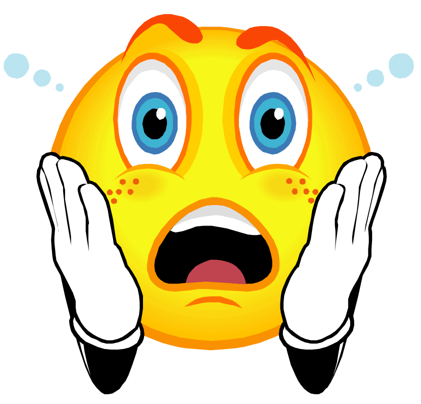
¡ Error común !

$$4^3 + 5^2 - 3^4 =$$

$$12 + 10 - 12 =$$

$$22 \quad - 12 =$$

$$10$$



Definición de potencia

$-9^2 \neq (-9)^2$ ya que:

$-9^2 = -9 \cdot 9 = -81$ y

$(-9)^2 = (-9) \cdot (-9) = 81$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 \neq \frac{3^3}{5} \quad \text{ya que:}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{125} \quad \text{y}$$

$$\frac{3^3}{5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{5} = \frac{27}{5}$$

Signos de una potencia

victormoreno.jimdo.com

Potencias con exponente par

Las potencias con exponente par son **siempre** positivas, si la base es distinta de cero.

Ejemplo:

$$(-17)^2 = (-17) \cdot (-17) = 289$$

Potencias con exponente impar

En las potencias con exponente impar, la potencia conserva el signo de la base.

Ejemplos:

$$(-13)^3 = (-13) \cdot (-13) \cdot (-13) = -2.197$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{243}{32}$$

Propiedades

Multiplicación de potencias

1) *De igual base*:

Se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

Ejemplo:

$$9^2 \cdot 9^8 = 9^{(2+8)} = 9^{10}$$

Propiedades

Multiplicación de potencias

2) *De igual exponente*:

Se multiplican las bases y se conserva el exponente.

$$\boxed{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n}$$

Ejemplo:

$$6^2 \cdot 3^5 \cdot 2^5 = 6^2 \cdot (3 \cdot 2)^5 = 6^2 \cdot 6^5 = 6^7$$

De esta propiedad se desprende que la potencia de un producto es igual al producto de los factores elevados cada uno al exponente de dicha potencia.

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Propiedades

Potencia de una potencia

Se multiplican los exponentes.

$$\boxed{(a^{n})^{m} = a^{m \cdot n}}$$

Ejemplo:

$$(3^{13})^{2} = 3^{(13 \cdot 2)} = 3^{26}$$

Propiedades

División de potencias

1) *De igual base*:

Se conserva la base y se restan los exponentes.

$$\boxed{a^n : a^m = a^{n-m}} \qquad \text{(con } a \neq 0\text{)}$$

Ejemplo:

$$\frac{7^{25}}{7^9} = 7^{(25-9)} = 7^{16}$$

Propiedades

División de potencias

2) *De igual exponente*:

Se dividen las bases y se conserva el exponente.

$$\boxed{a^n : b^n = (a : b)^n}$$ (con $b \neq 0$)

Ejemplo:

$$4^7 : \frac{32^5}{8^5} = 4^7 : (32 : 8)^5 = 4^7 : 4^5 = 4^{(7-5)} = 4^2$$

De esta propiedad se desprende

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$ (con $b \neq 0$)

Propiedades

Potencia de exponente cero

$$\boxed{a^0 = 1}$$

(con $a \neq 0$)

Ejemplo:

$$\left(\frac{p}{3} - 4q\right)^{9-(15-6)} = \left(\frac{p}{3} - 4q\right)^{9-9} = \left(\frac{p}{3} - 4q\right)^{0} = 1$$

con $\left(\frac{p}{3} - 4q\right) \neq 0$

0^0: Indeterminado

Propiedades

Potencia de exponente uno

$$a^1 = a$$

Ejemplo:

$$3^{10} \cdot 3 = 3^{(10+1)} = 3^{11}$$

Propiedades

Potencia de exponente negativo

1) *De base entera*

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

(Con $a \neq 0$)

Ejemplo:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

2) De base racional

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}}$$

(Con $a \neq 0$ y $b \neq 0$)

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4} = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

Propiedades

NO existe la propiedad de adición de potencias.

$4^{11} + 4^{11} =$ (Reduciendo términos semejantes)

$2 \cdot 4^{11} =$ (Expresando 4 en base 2)

$2 \cdot (2^2)^{11} =$ (Aplicando propiedad de potencias)

$2 \cdot 2^{22} =$ (Aplicando propiedad de potencias)

2^{23}

1

$$5^{-5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-7}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{5} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-7}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{5+(-7)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{1}\right)^{2} = 5^{2}$$

$$\frac{5^2}{1^2} = \frac{25}{1} = 25$$

4

$$0{,}5^{-2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \xrightarrow{(+)} = \left(\frac{2}{1}\right)^{2} = 2^2 = 4$$

5

$$\left(\frac{1}{5}\cdot m^{-3}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\cdot\left(m^{-3}\right)^{-2}$$

$$5^2\cdot m^6$$

$$25\cdot m^6$$

6

$$0{,}5^{-3} \cdot 0{,}04^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{4}{100}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{4}}{100}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{100}\right)^{-3}$$

$$\left(\frac{2}{100}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{50}\right)^{-3} = \frac{50}{1}^{3} = 50^{3}$$

7

$$2^{-8} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-6}$$

$$2 = 2^1$$

$$4 = 2^2$$

$$2^{-8} \cdot 4^{6}$$

$$2^{-8} \cdot (2^2)^6$$

$$2^{-8} \cdot 2^{12} = 2^{-8+12} = 2^4$$

8

$$0{,}5^{-5} \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}2^{-5}$$

$$(0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}2)^{-5}$$

$$\left(\frac{1}{\cancelto{1}{2}} \cdot \frac{\cancelto{1}{10}}{1} \cdot \frac{\cancelto{1}{2}}{\cancelto{1}{10}}\right)^{-5}$$

$$1^{-5} = 1$$

Apliquemos nuestros conocimientos

1. ¿Por qué factor hay que multiplicar p^{-6} para obtener p^{6}?

A) Por – 1
B) Por p^{-12}
C) Por p^{-1}
D) Por p^{12}
E) Por ninguno de los factores anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

1. ¿Por qué factor hay que multiplicar p^{-6} para obtener p^6?

A) Por – 1
B) Por p^{-12}
C) Por p^{-1}
D) Por p^{12}
E) Por ninguno de los factores anteriores.

D

Habilidad: Comprensión

Resolución:

Como en la multiplicación de potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes, entonces debemos preguntarnos, ¿cuánto debo sumar a – 6 para obtener 6?

Sea **x** el exponente buscado:

$$-6 + x = 6$$

$$x = 12$$

Por lo tanto, el factor por el cual hay que multiplicar p^{-6} para obtener p^6 es p^{12}.

Apliquemos nuestros conocimientos

2. $(5x \cdot 3y^{-2})^3 =$

A) $45xy^{-2}$
B) $45x^3y^{-6}$
C) $3.375x^3y^{-6}$
D) $3.375xy^{-2}$
E) Ninguno de los términos anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

2. $(5x \cdot 3y^{-2})^3 =$

A) $45xy^{-2}$
B) $45x^3y^{-6}$
C) $3.375x^3y^{-6}$
D) $3.375xy^{-2}$
E) Ninguno de los términos anteriores.

C

Habilidad: Aplicación

Resolución:

$(5x \cdot 3y^{-2})^3 =$ (Aplicando propiedad de potencias)

$5^3x^3 \cdot 3^3(y^{-2})^3 =$ (Aplicando concepto y propiedad de potencias)

$125x^3 \cdot 27y^{-6} =$ (Multiplicando)

$3.375x^3y^{-6}$

Apliquemos nuestros conocimientos

3. $\left(\frac{1}{5}\,m^{-3}\right)^{-2} =$

A) $25m^{6}$

B) $10m^{6}$

C) $25m^{-5}$

D) $\frac{1}{25}\,m^{-6}$

E) $\frac{1}{5}\,m^{6}$

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$$\left(\frac{1}{5}\, m^{-3}\right)^{-2} = \quad \text{(Aplicando propiedad de potencias)}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \cdot \left(m^{-3}\right)^{-2} = \quad \text{(Aplicando propiedad de potencias)}$$

$$5^2\, m^6 = \quad \text{(Aplicando concepto de potencias)}$$

$$25\, m^6$$

A

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

4. $8^{-2} + 2^{-3} =$

A) -22

B) $\dfrac{1}{36}$

C) $\dfrac{9}{64}$

D) $\dfrac{11}{48}$

E) Ninguno de los valores anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

Resolución:

$8^{-2} + 2^{-3} =$ (Aplicando propiedad de potencias)

$\dfrac{1}{8^2} + \dfrac{1}{2^3} =$ (Aplicando concepto de potencias)

$\dfrac{1}{64} + \dfrac{1}{8} =$ (Aplicando m.c.m.)

$\dfrac{1 \cdot 1 + 1 \cdot 8}{64} =$ (Aplicando prioridad de las operaciones)

$\dfrac{1 + 8}{64} =$ (Sumando)

$\dfrac{9}{64}$

C

Habilidad: Aplicación

Apliquemos nuestros conocimientos

5. El contenido en gramos de un medicamento en el organismo humano, después de t horas de ingerido, se modela de acuerdo a la ecuación:
$y = 100 \cdot 5^{-0,5t}$, $t \geq 0$. Después de 4 horas de ingerido el medicamento, ¿cuántos gramos quedan en el organismo?

A) – 1.000
B) – 10
C) 10
D) 4
E) Ninguna de las cantidades anteriores.

¿Cuál es la alternativa correcta?

Apliquemos nuestros conocimientos

D

Resolución:

Habilidad: Aplicación

$y = 100 \cdot 5^{-0,5t}$ (Reemplazando **t**)

$y = 100 \cdot 5^{(-0,5 \cdot 4)}$ (Multiplicando)

$y = 100 \cdot 5^{-2}$ (Aplicando propiedad de potencias)

$y = \dfrac{100}{5^2}$ (Aplicando concepto de potencias)

$y = \dfrac{100}{25}$ (Dividiendo)

$y = 4$

Por lo tanto, después de 4 horas de ingerido el medicamento, en el organismo quedan 4 gramos.